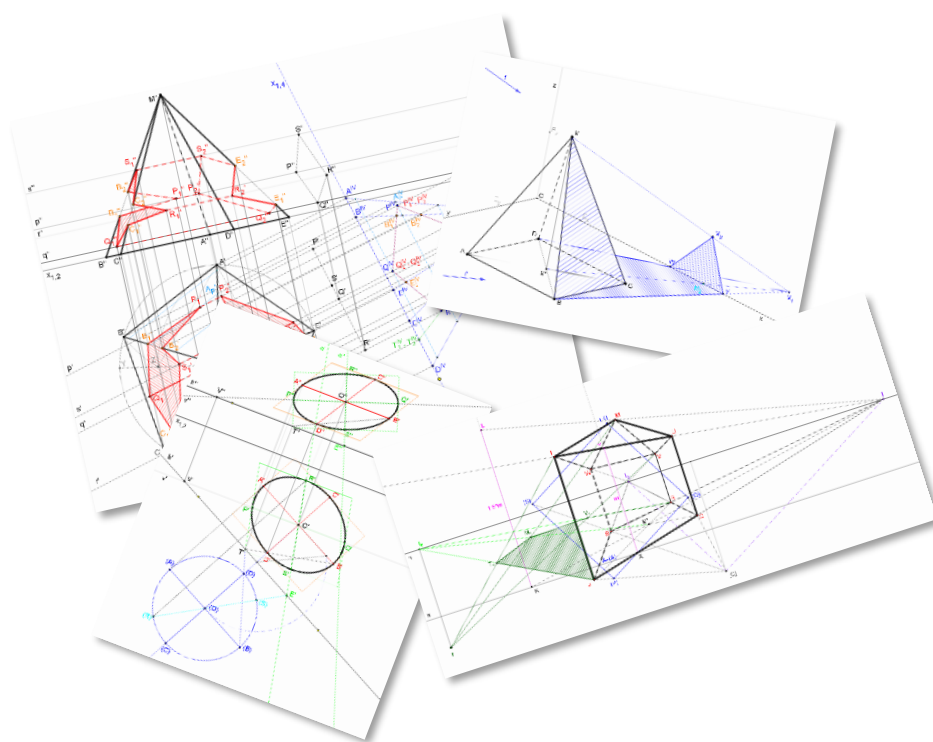


PÉK JOHANNA

ÁBRÁZOLÓ GEOMETRIA

ELŐADÁSKÖVETŐ MUNKAFÜZET



Név: _____

Tartalom

1. Bevezetés, a Monge-projekció alapjai.....	4
Vetítési rendszerek.....	4
Monge-féle kétképsíkos ábrázolás.....	5
Pont ábrázolása.....	6
Fedőpontok, láthatóság.....	6
Egyenes ábrázolása.....	8
Sík ábrázolása.....	9
2. Speciális térelemek.....	11
Speciális helyzetű egyenesek.....	11
Speciális helyzetű síkok.....	13
3. Térelemek kölcsönös helyzete.....	15
Áttekintés.....	15
Triviális esetek.....	16
Egyenesek kölcsönös helyzete.....	16
Egyenes és sík illeszkedése és párhuzamossága.....	17
Egy sík speciális egyenesei.....	18
Pont és sík kölcsönös helyzete.....	20
Két sík párhuzamossága.....	20
4. Térelemek metszése.....	21
Sík és egyenes metszéspontja (dőféspontja).....	21
Két sík metszészvonala.....	22
5. Képsíktranszformáció.....	24
A harmadik képsík.....	24
Új képsíkok bevezetése.....	24
Céltranszformációk.....	25
6. Tengelyes affinitás és centrális kollineáció.....	29
Tengelyes affinitás.....	29
Centrális kollineáció.....	30
7. Síklapú testek metszése egyenessel és síkkal.....	32
Gúla metszése egyenessel.....	32
Hasáb metszése egyenessel.....	33
Gúla metszése síkkal.....	34
Hasáb metszése síkkal.....	36
8. Síklapú testek áthatása.....	37
Általános elvek.....	37

Szeletősíkok módszere.....	37
Áthatás szerkesztése képsíktranszformációval.....	38
9. Metrikus feladatok Monge-projekcióban	41
Sík és egyenes merőlegessége.....	41
Egyenes leforgatása.....	42
Sík leforgatása	43
Érdekesség: A rotációról röviden	46
10. Árnyékszerkesztés Monge-projekcióban.....	47
Pont árnyéka	47
Egyenes árnyéka.....	47
Az árnyékszerkesztés főbb szabályai.....	48
Síkdom árnyéka	49
Test árnyéka	50
11. Az axonometria alapjai.....	51
Az axonometrikus rendszer	51
Rövidülések, Pohlke tétele	51
Pont axonometrikus képe.....	52
Egyenes axonometrikus képe	53
Speciális egyenesek.....	54
Sík megadási módjai	55
Speciális síkok.....	55
Triviális kölcsönös helyzetek axonometriában	56
Egyenes síkra illesztése	57
Pont síkra illesztése.....	58
12. Alapvető szerkesztések axonometriában. Frontális axonometria	59
Alapvető szerkesztések axonometriában.....	59
Speciális axonometriák.....	61
Frontális axonometria.....	61
13. Merőleges axonometria	64
A merőleges axonometria rendszere	64
Tengelykereszt felvétele merőleges axonometriában	64
Koordinátasík (pl. $[x,y]$) leforgatása a képsíkba.....	65
A IV. képsík bevezetése	66
Egy összetett feladat	67
14. A perspektíva alapjai.....	68
Végtelen távoli térelemek.....	68
Az álló képsíkos perspektíva rendszere	68

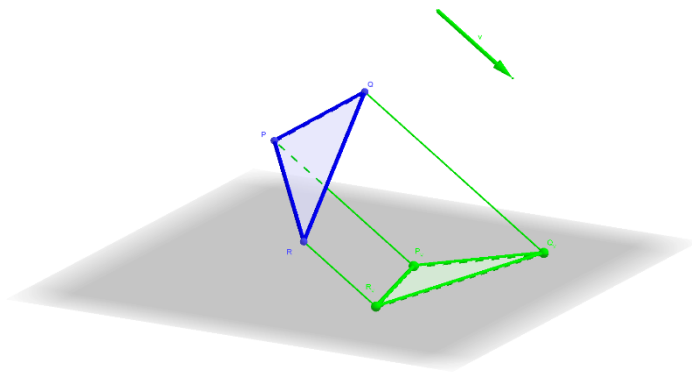
Alapsíkbeli egyenes képe	69
Tetszőleges egyenes ábrázolása.....	69
Tetszőleges sík ábrázolása	70
15. Alapvető szerkesztések perspektívában.....	71
Speciális helyzetű egyenesek	71
Tetszőleges egyenes alapsíkkal bezárt szöge.....	73
Pont ábrázolása perspektívában.....	73
Háromszög és egyenes dőléspontja.....	74
Függőleges szakasz valódi hossza	74
Alapsíkbeli szakasz egyenlő részre osztása	75
Alapsík képsíkba forgatása.....	76
16. Árnyékszerkesztés perspektívában	79
Pont árnyéka	79
17. Dőlt képsíkos perspektíva.....	82
A rendszer felépítése	82
Függőleges szakasz valódi hossza	82
Alapsík leforgatása	83
18. Kötés ábrázolás.....	84
A rendszer felépítése	84
Egyenes ábrázolása	84
Sík ábrázolása	86
Alapvető kölcsönös helyzetek.....	87
Metrikus alapfeladatok	88
19. Terepfeladatok alapjai (gyakorlati anyag).....	91
Egyenes lejtője és rézsúja	91
Méretarány.....	91
Legfontosabb fogalmak egy terepfelületen	91
Legfontosabb fogalmak földmunkák esetén	92
Terepszelvény.....	95
20. Kör ábrázolása	96
Kör mint ellipszis affin képe	96
Kör ábrázolása Monge-projekcióban	98
Kör ábrázolása axonometriában.....	100
Kör ábrázolása perspektívában.....	102
Saját jegyzetek.....	103

*A * szimbólum az előkészített ábrát jelzi.*

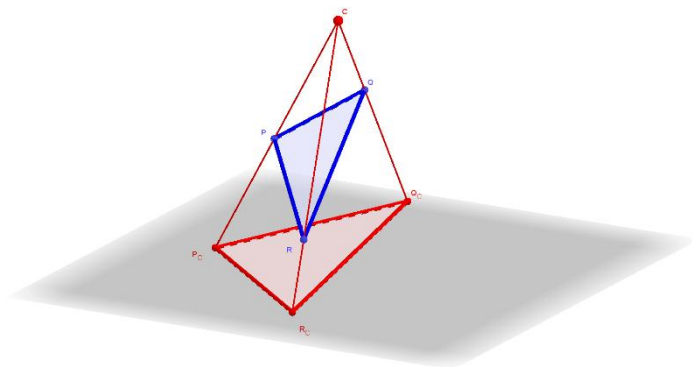
1. Bevezetés, a Monge-projekció alapjai

Vetítési rendszerek

Párhuzamos/paralel vetítés



Középpontos/centrális vetítés

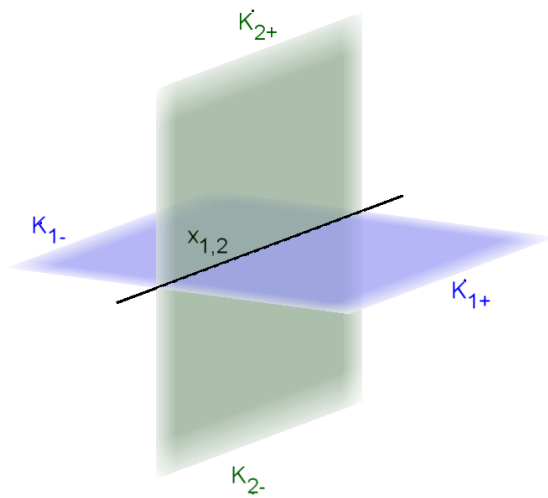


Elnevezések

Rekonstruálhatóság

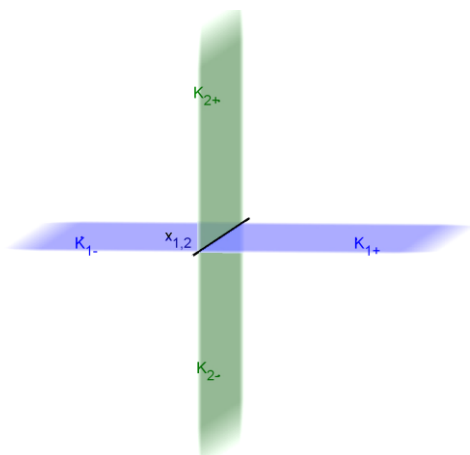
Monge-féle kétképsíkos ábrázolás

A rendszer

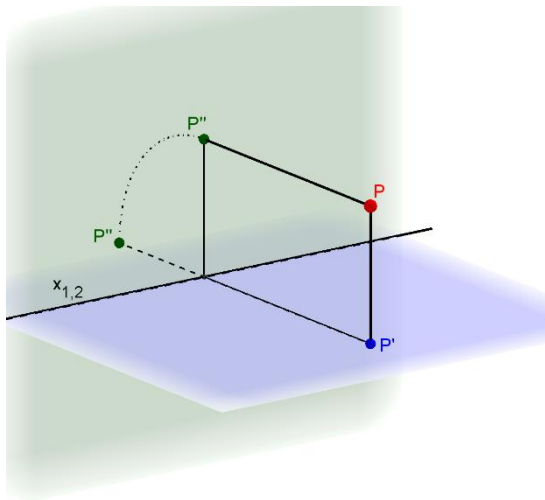


„Összehajtás” után

Térnegyedek



Pont ábrázolása



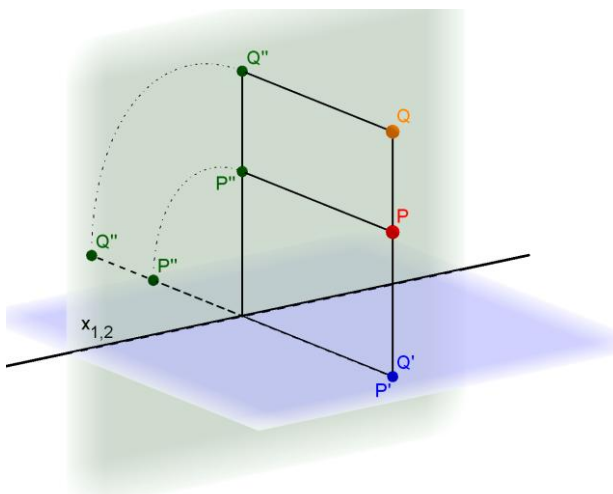
$x_{1,2}$

Rekonstruálhatóság:

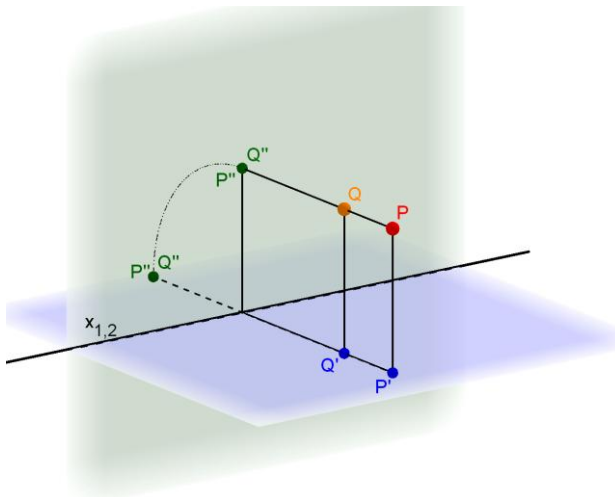
Különböző térnegyedekbe eső pontok:

Fedőpontok, láthatóság

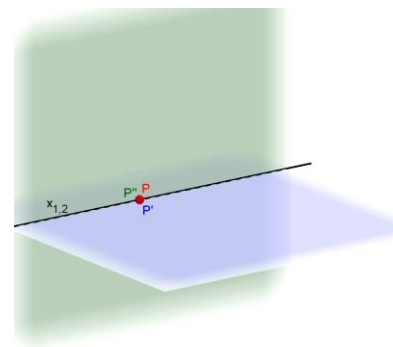
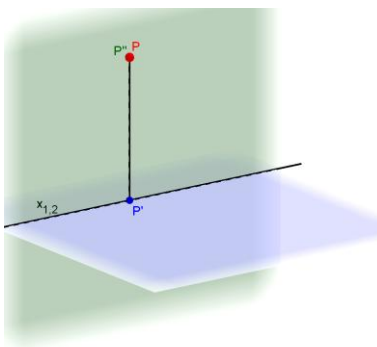
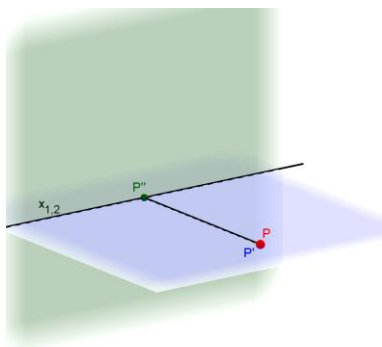
Első fedőpontok



Második fedőpontok

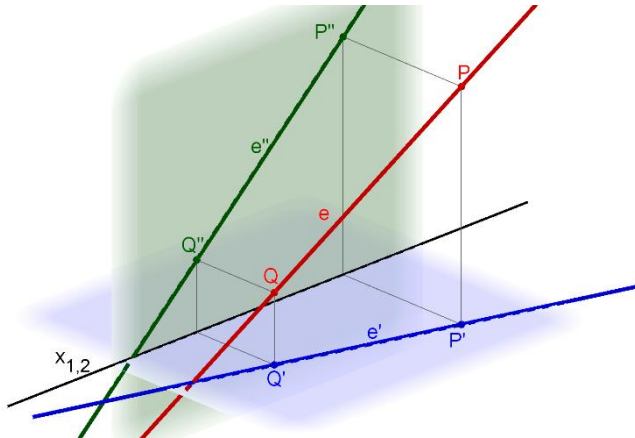


Speciális helyzetű pontok

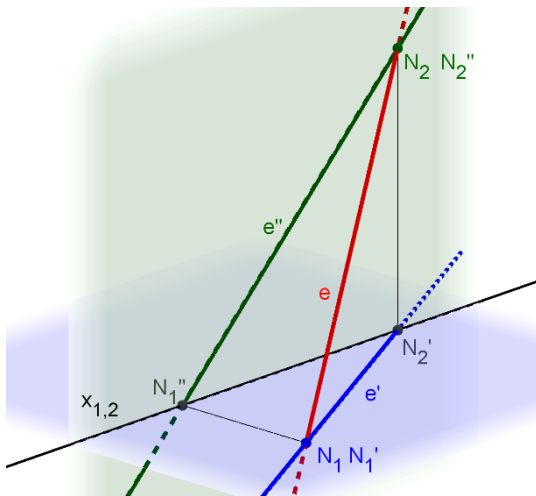


Egyenes ábrázolása

Két pontjával



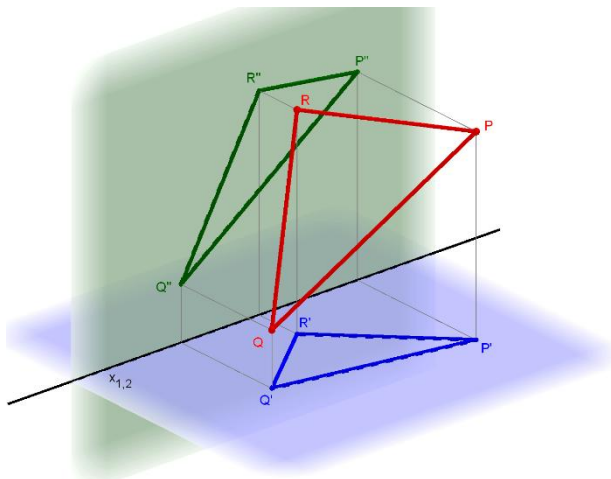
Nyompontok



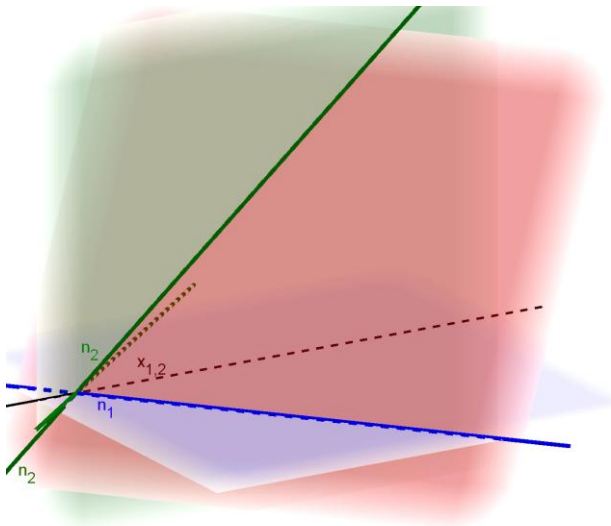
Sík ábrázolása

Egy sík megadható:

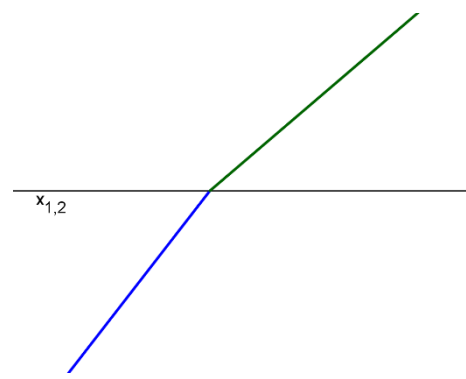
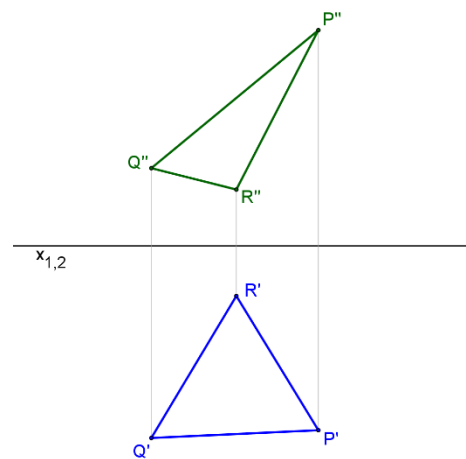
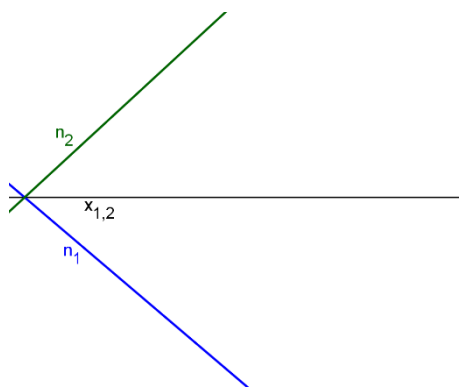
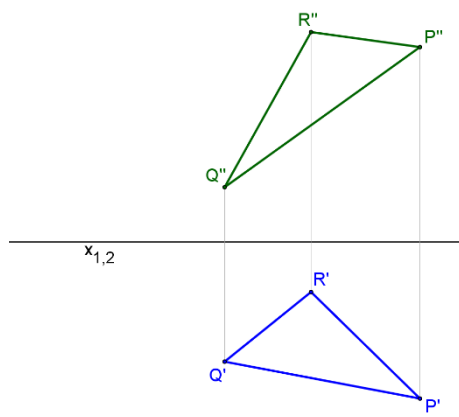
Három különböző pontjával



Nyomvonalakkal



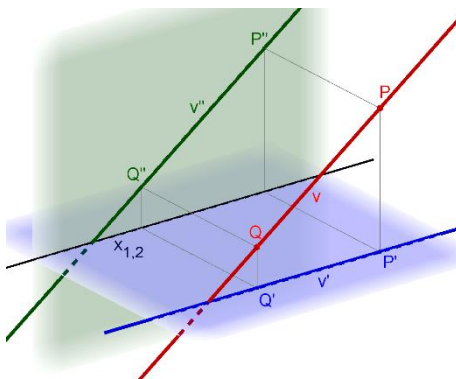
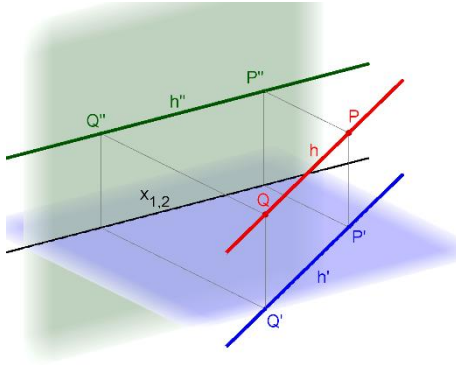
Dőlt és feszített síkok



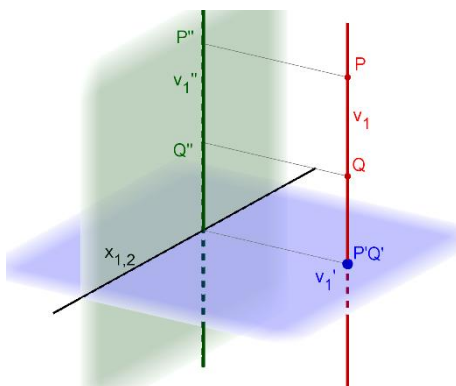
2. Speciális térelemek

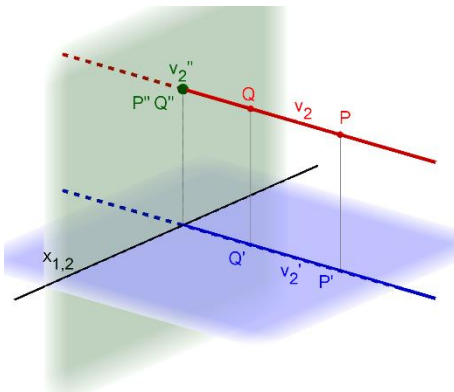
Speciális helyzetű egyenesek

Képsíkkal párhuzamos egyenesek: fővonalak

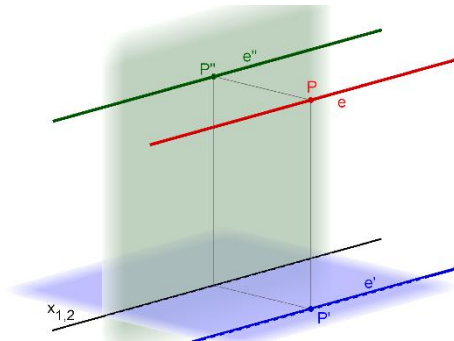


Képsíkra merőleges egyenesek: vetítőegyenesek (vetítő sugarak)

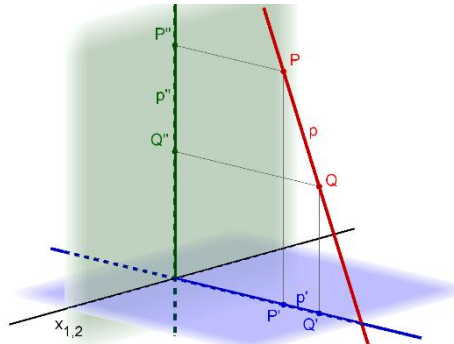




Képsíktengellyel párhuzamos egyenesek (harmadik vetítőegyeneseik)



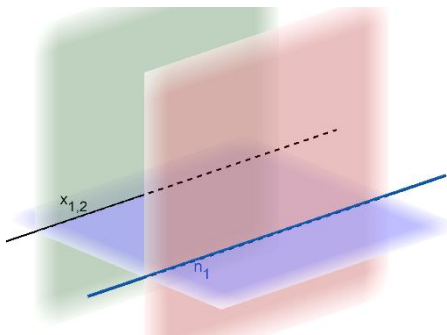
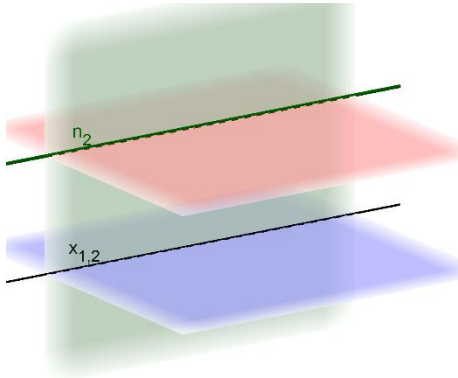
Képsíktengelyre merőleges egyenesek: profilegyenesek



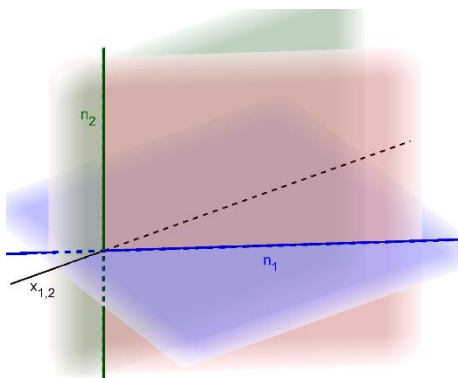
Ábrázolásuk feltétele:

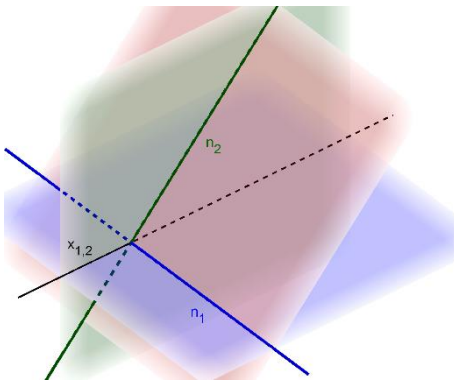
Speciális helyzetű síkok

Képsíkkal párhuzamos síkok: fősíkok



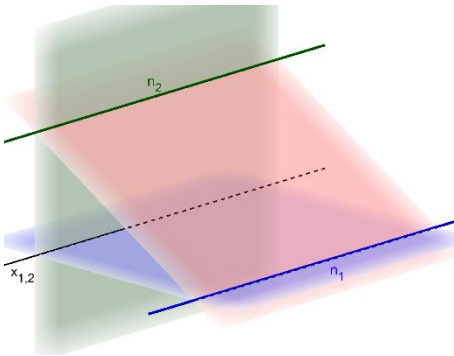
Képsíkra merőleges síkok: vetítősíkok



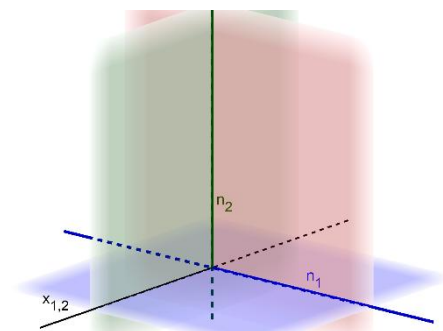


Megjegyzés: Egy általános helyzetű egyeneshez egy első és egy második vetítősík tartozik.

Képsíktengellyel párhuzamos síkok (harmadik vetítősíkok)



Képsíktengelyre merőleges síkok: profilsíkok / Harmadik képsík



3. Térelemek kölcsönös helyzete

Áttekintés

Két pont:

- egybeeső
- különböző

Pont és egyenes:

- a pont illeszkedik az egyenesre
- a pont nem illeszkedik az egyenesre

Pont és sík:

- a pont illeszkedik a síkra
- a pont nem illeszkedik a síkra

Két egyenes:

- egybeeső
- párhuzamos
- metsző
- kitérő

Egyenes és sík:

- az egyenes illeszkedik a síkra
- az egyenes párhuzamos a síkkal
- az egyenes metszi a síkot (egy pontban)

Két sík:

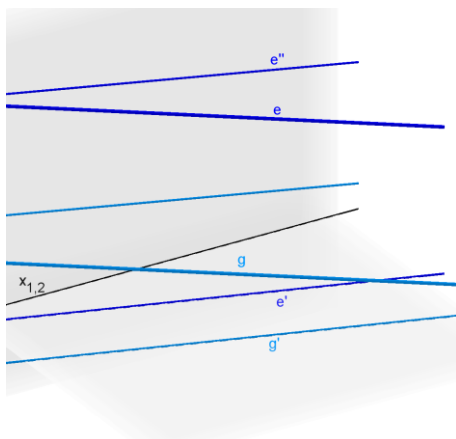
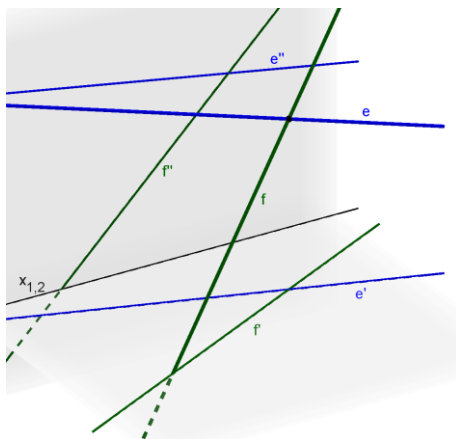
- egybeeső
- párhuzamos
- metsző

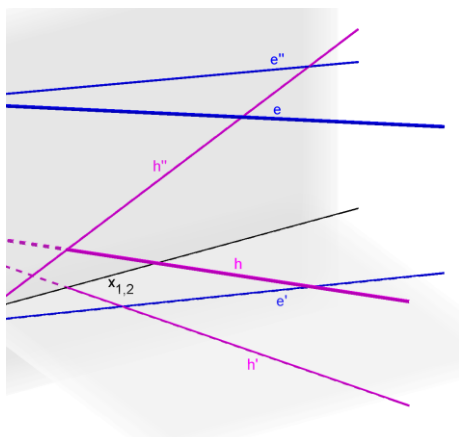
Triviális esetek

Két pont kölcsönös helyzete

Pont és egyenes kölcsönös helyzete

Egyenesek kölcsönös helyzete

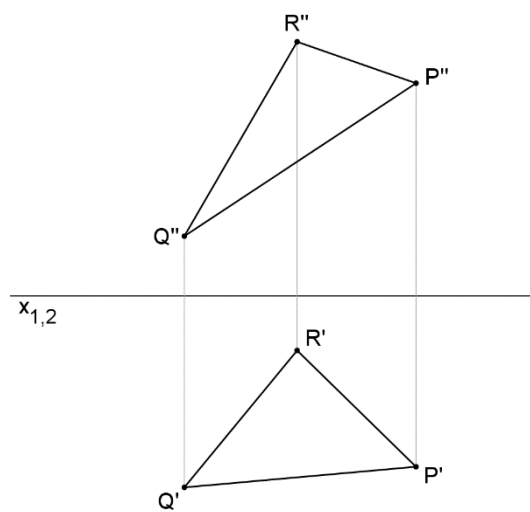
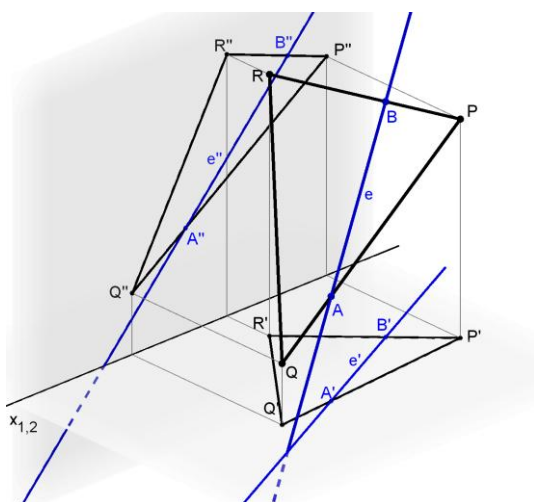


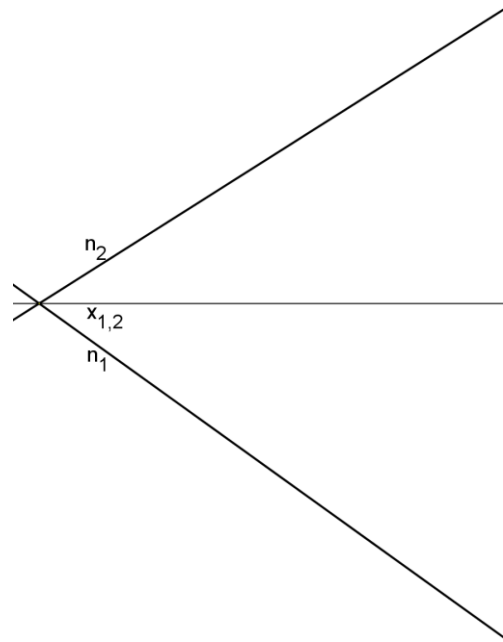
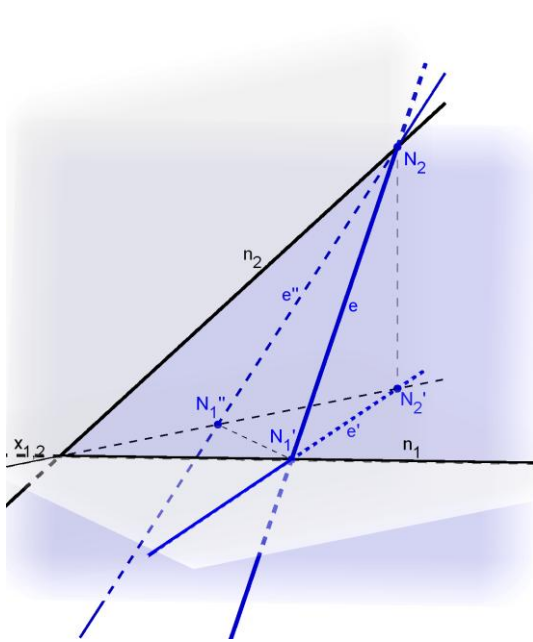


Egyenes és sík illeszkedése és párhuzamossága

Egy egyenes párhuzamos egy síkkal, ha nincs közös pontjuk. Szerkesztésben felhasználjuk, hogy az egyenes párhuzamos a sík egy egyenesével. (Lásd a következő ábrákat.)

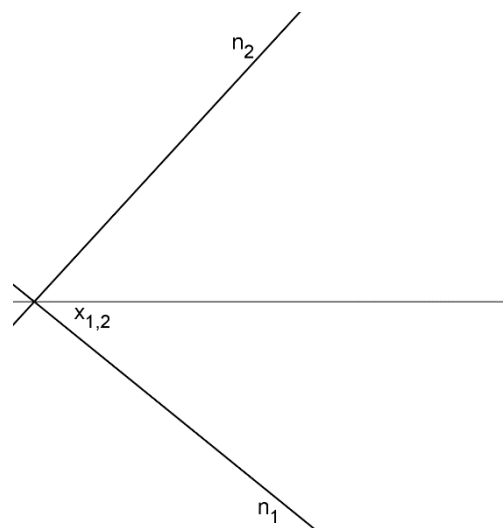
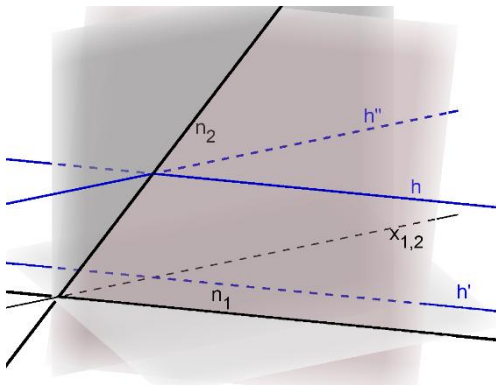
Egyenes illesztése síkra

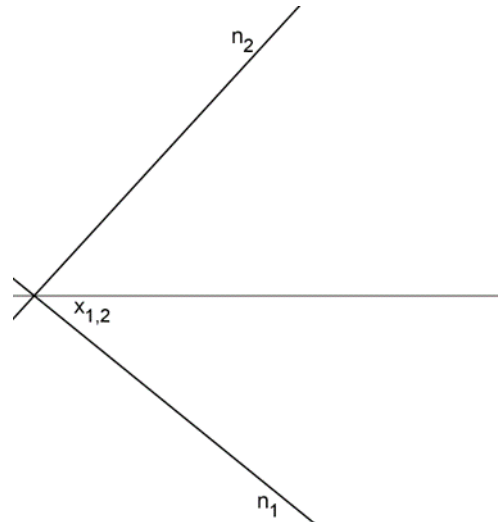
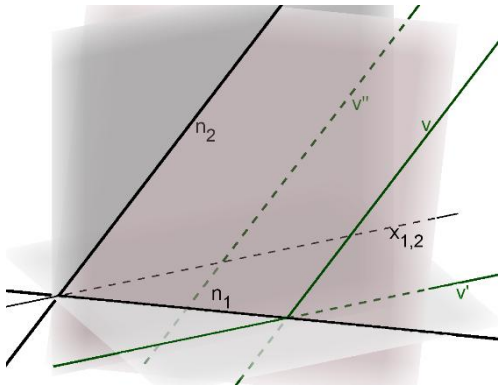




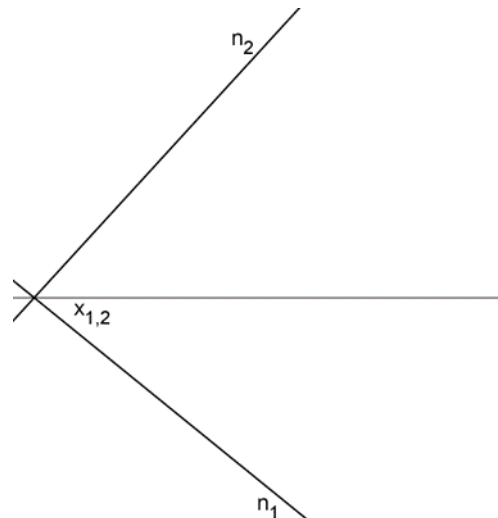
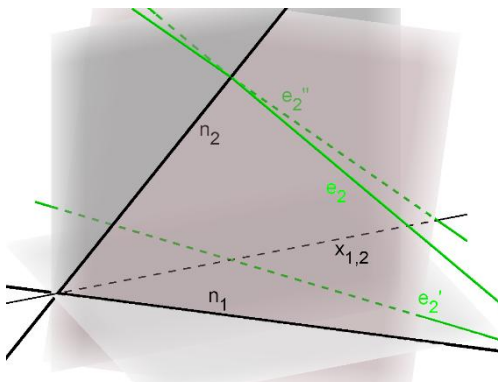
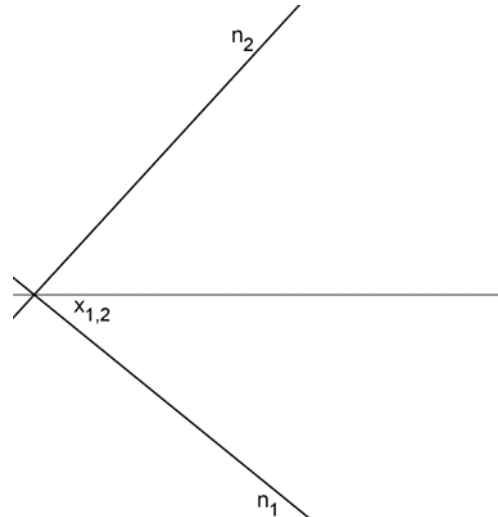
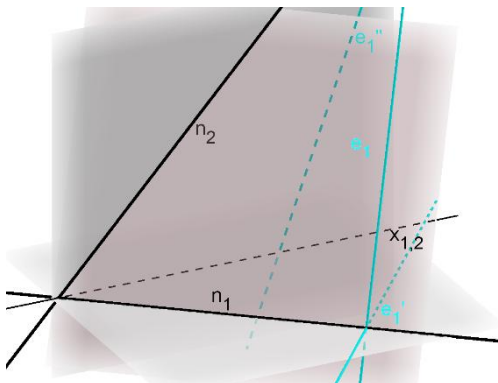
Egy sík speciális egyenesei

Fővonalak





Esésvonalak

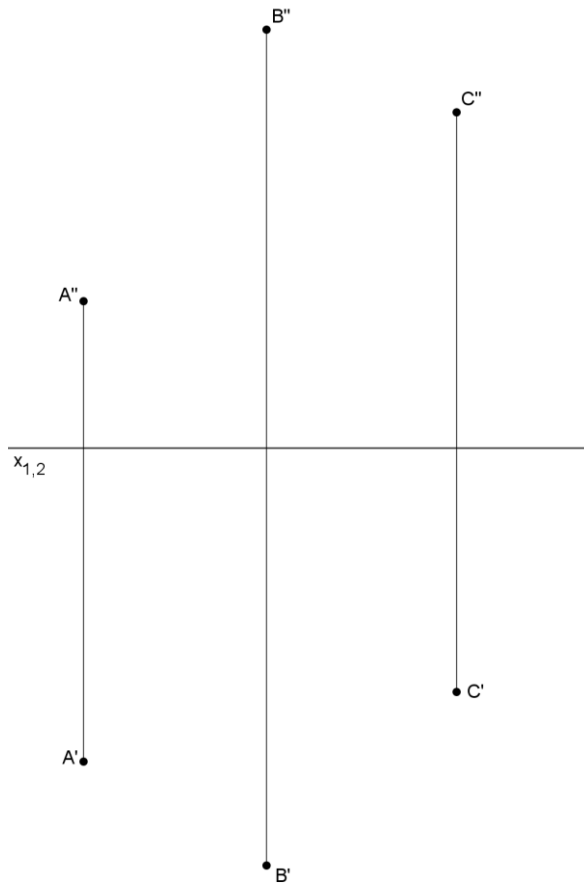


Pont és sík kölcsönös helyzete

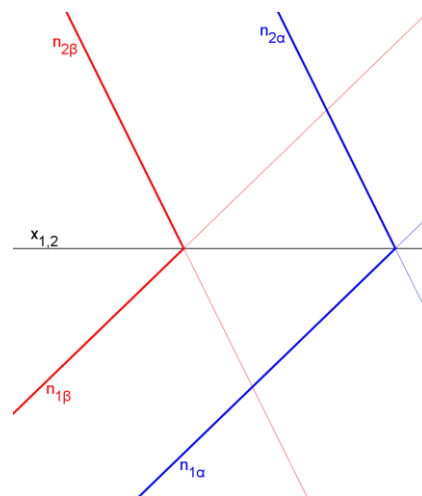
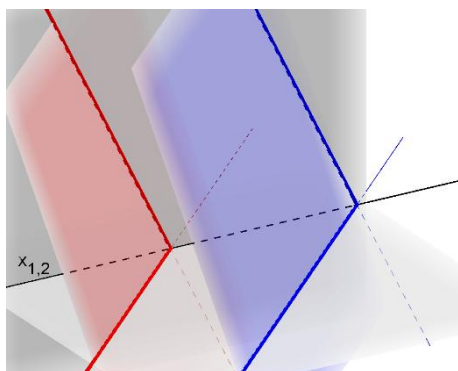
Pont illesztése síkra

Cél: A sík egy egyenesére illesztjük a pontot.

Adott egy sík három pontjával. Szerkesszük meg a sík egy újabb pontjának két képét!



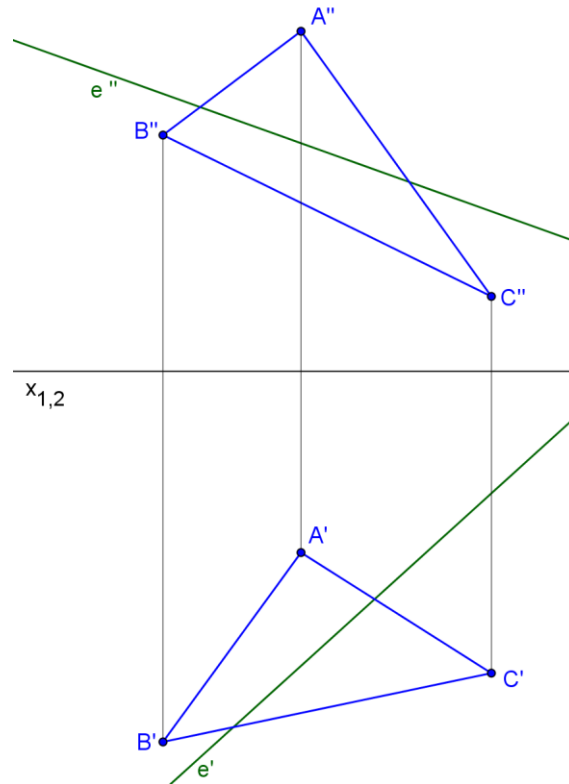
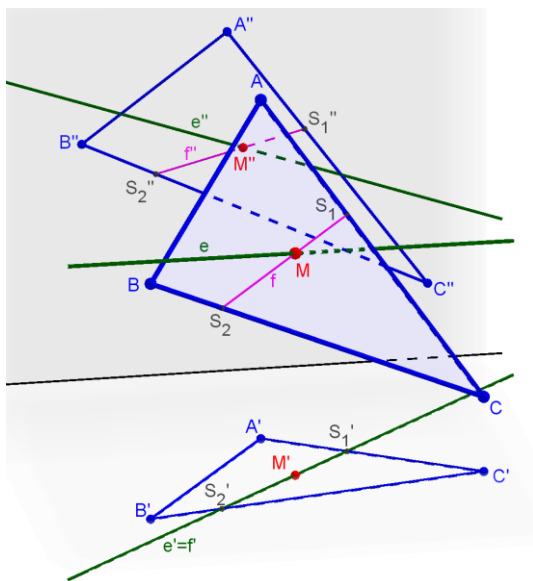
Két sík párhuzamossága



4. Térelemek metszése

Sík és egyenes metszéspontja (döféspontja)

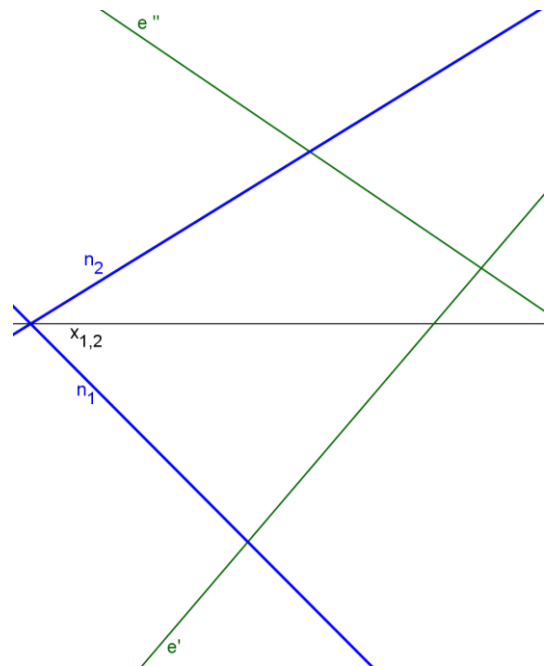
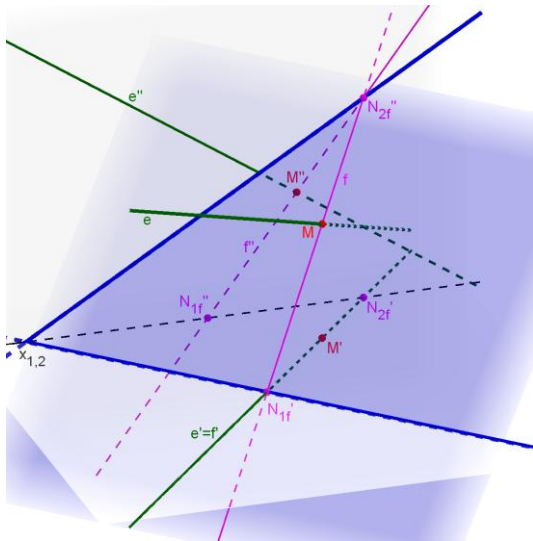
Síkidom és egyenes döféspontja



Fedőegyenespárok módszere:

Láthatóság (fedőpontokkal):

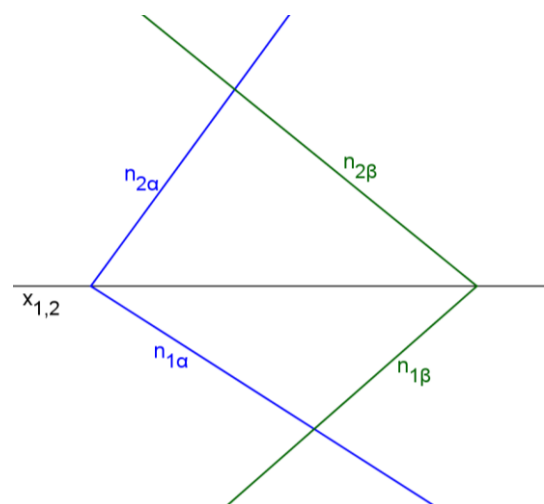
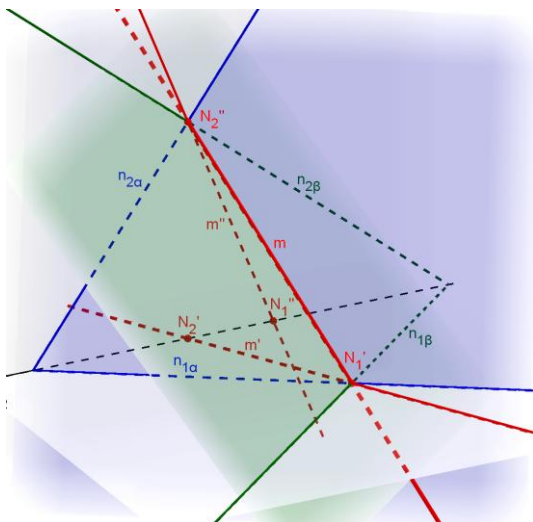
Nyomvonalalaival megadott sík és egyenes dőléspontja



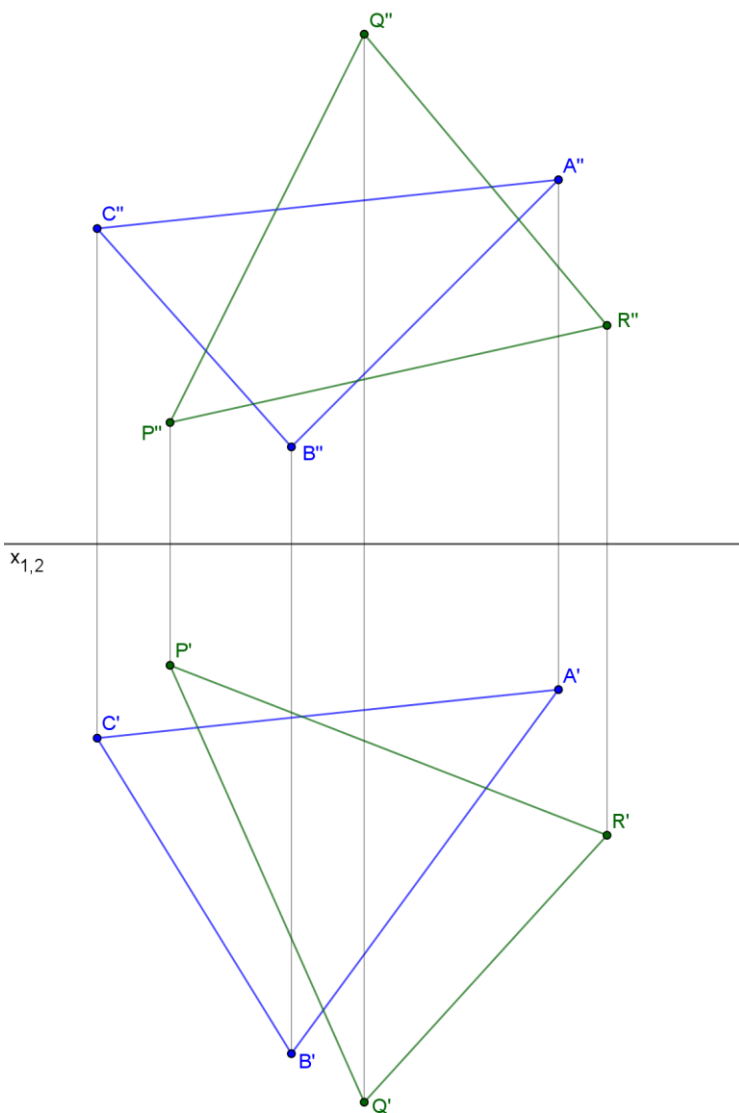
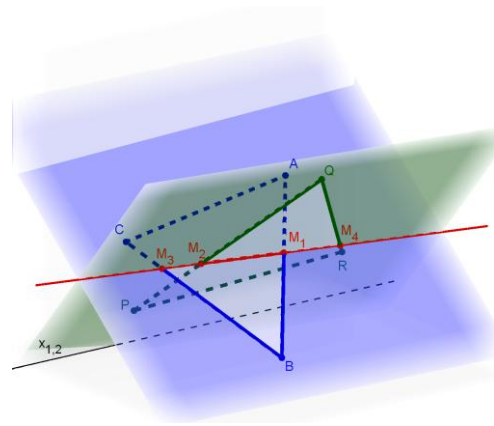
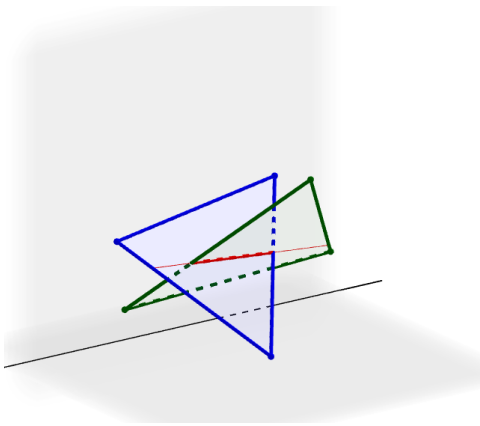
Fedőegyenestűk módszere:

Két sík metszésvonala

Nyomvonalakkal adott síkok metszésvonala

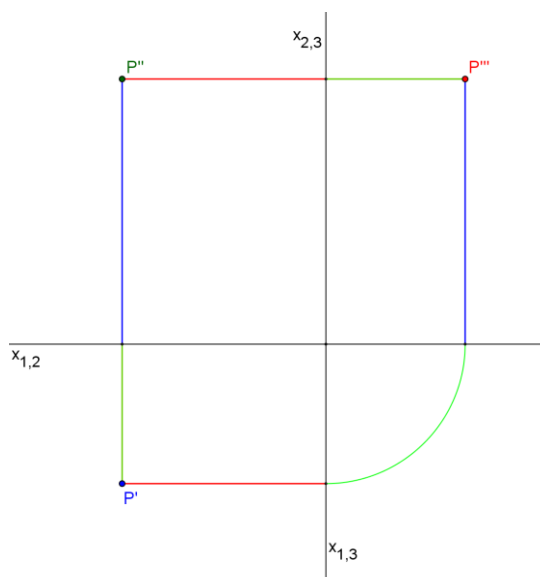
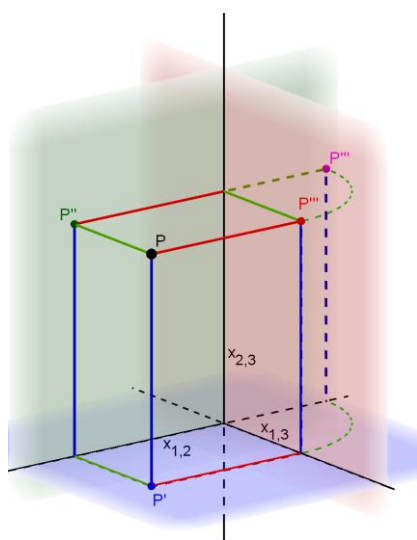


Két síkidom metszésvonala (láthatósággal)



5. Képsíktranszformáció

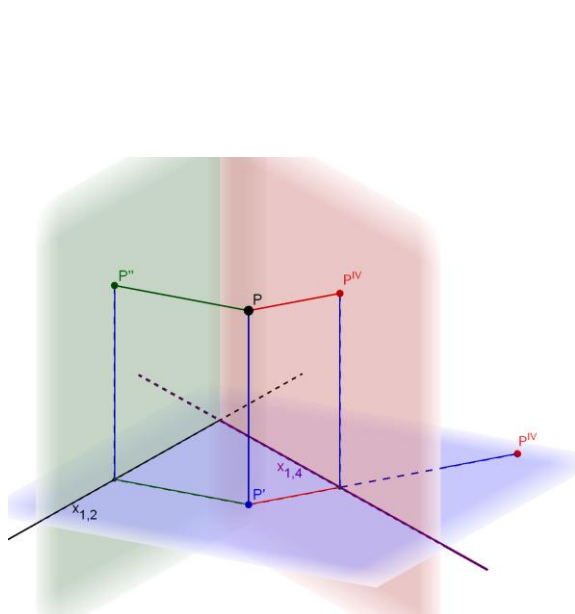
A harmadik képsík



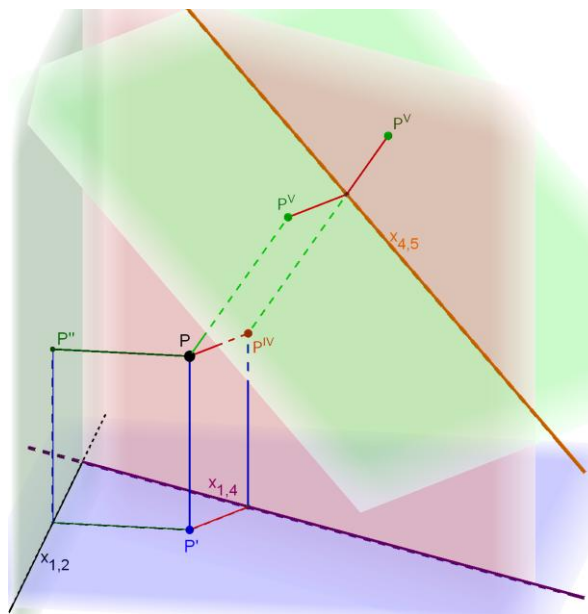
Új képsíkok bevezetése

Cél: Egy objektum képsíkokhoz való helyzete általános helyett speciális legyen, vagy fordítva.

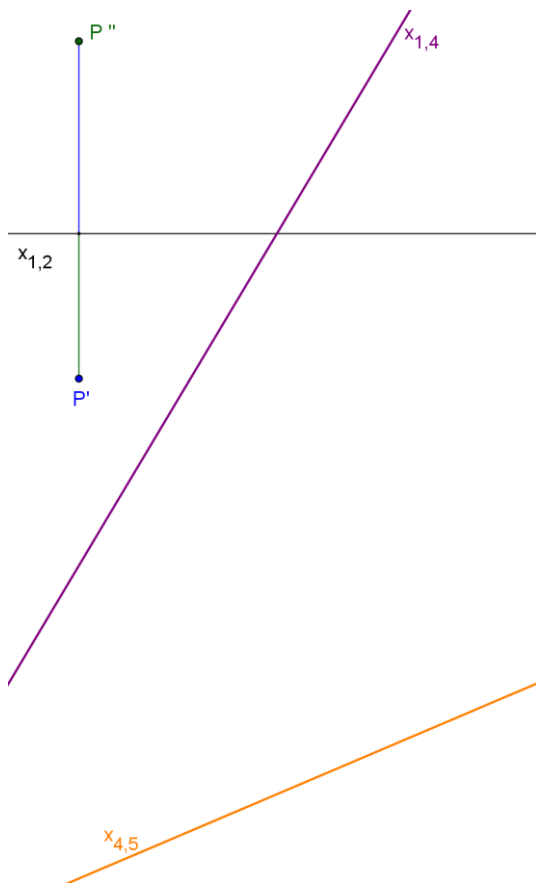
1. lépés: negyedik képsík



2. lépés: ötödik képsík



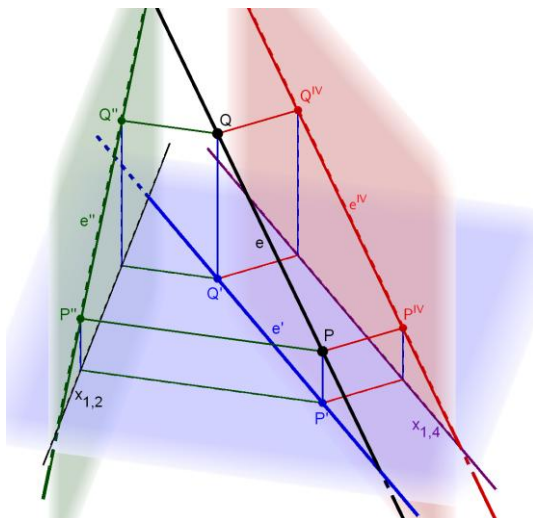
Transzformáljuk a P pontot a megadott új képsíkokra!



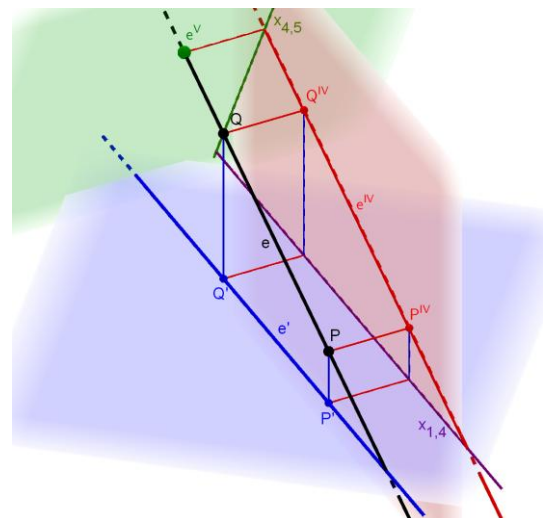
Céltranszformációk

Egyenes céltranszformációja

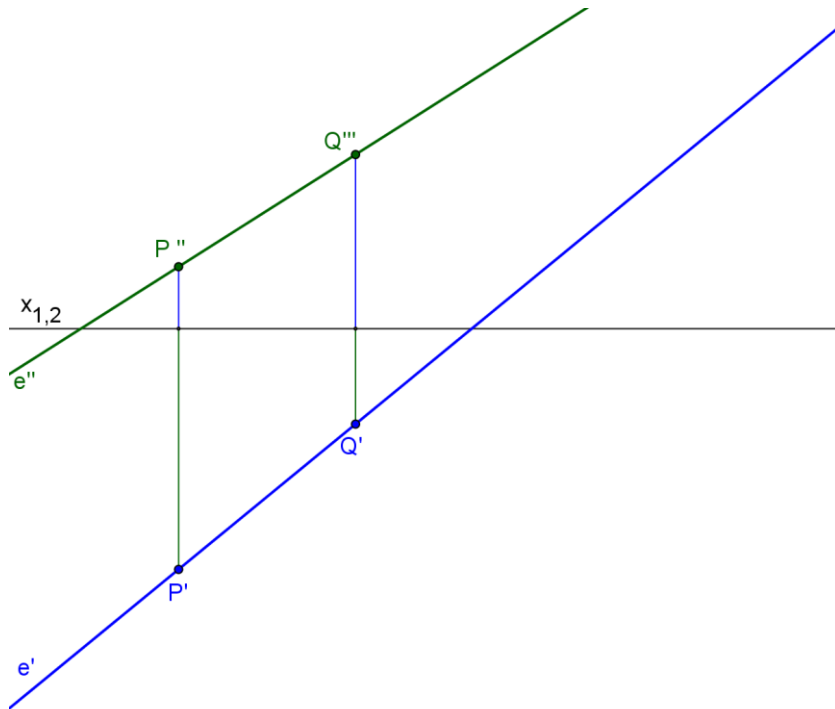
1. lépés:



2. lépés:

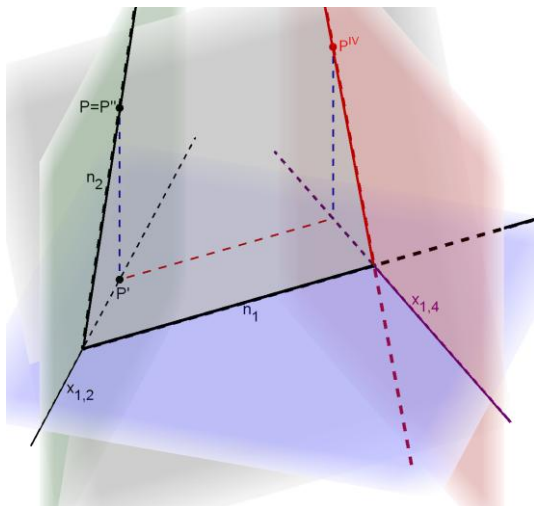


Transzformáljuk az e egyenest képsíkkal párhuzamos, majd képsíkra merőleges helyzetbe!

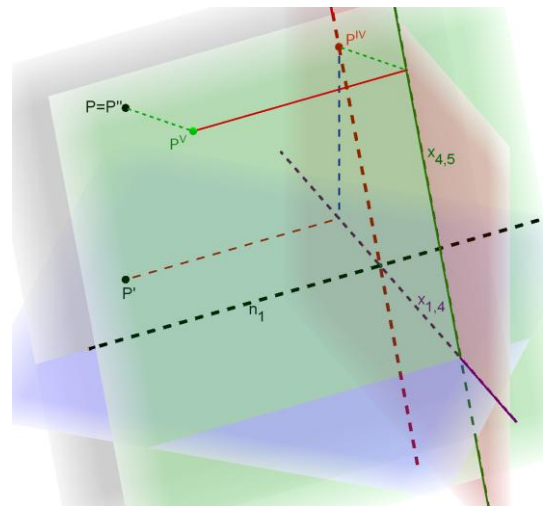


Sík céltranszformációja

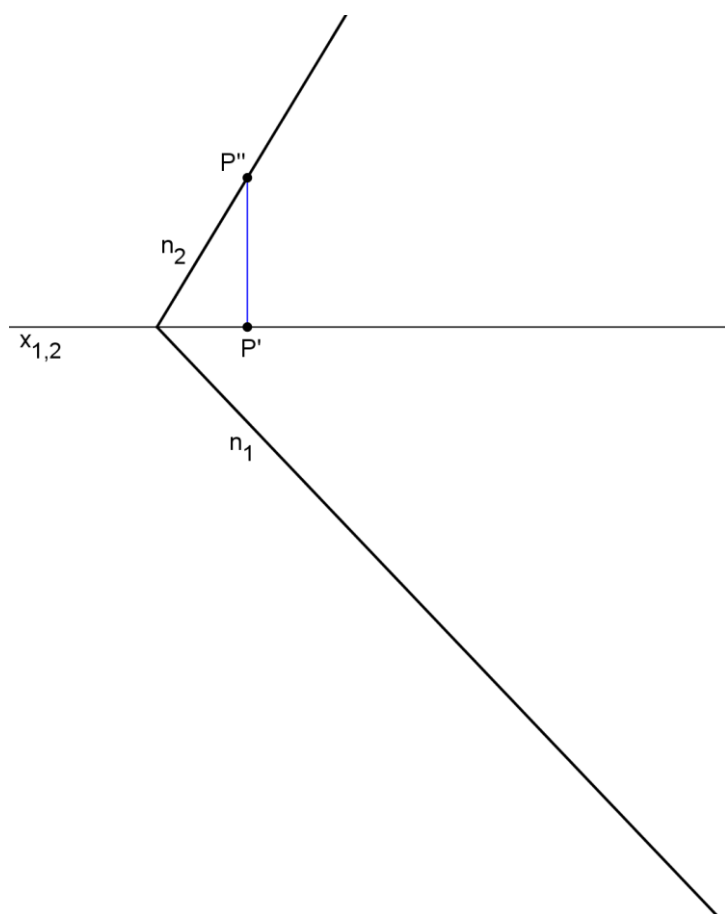
1. lépés:



2. lépés:

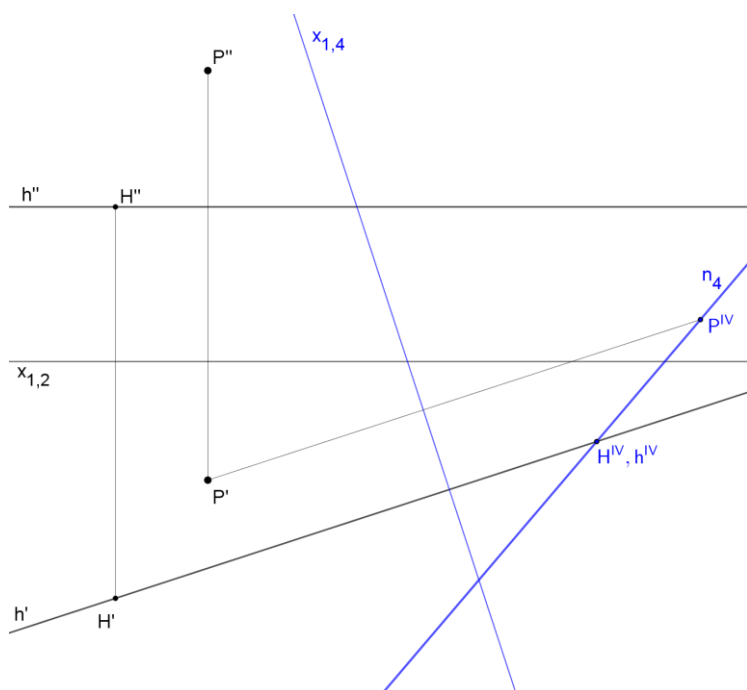


Transzformáljuk a megadott síkot képsíkra merőleges, majd képsíkkal párhuzamos helyzetbe!



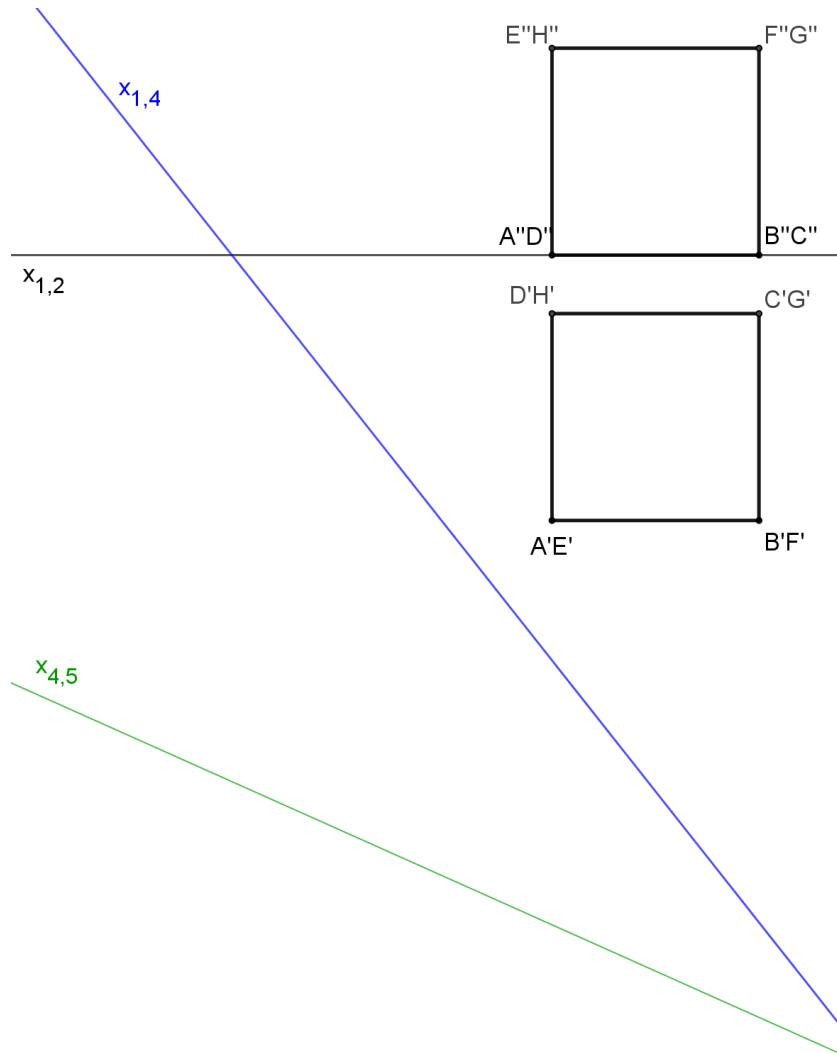
Kiegészítés: Sík céltranszformációja egy fővonalára ismeretében

Adott egy sík egy h fővonalával és egy P pontjával. Transzformáljuk vetítő helyzetbe („élbe”) a síkot!



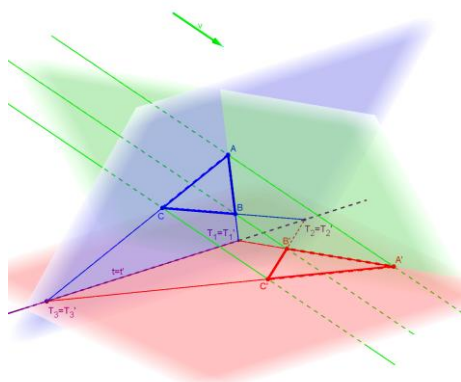
Gyakorlás: tetszőleges objektum transzformációja

Adott egy, az első képsíkon álló kocka úgy, hogy lapjai párhuzamosak a képsíkokkal. Kétszeres transzformáció alkalmazásával szerkesszünk egy általános helyzetű képet a kockáról!

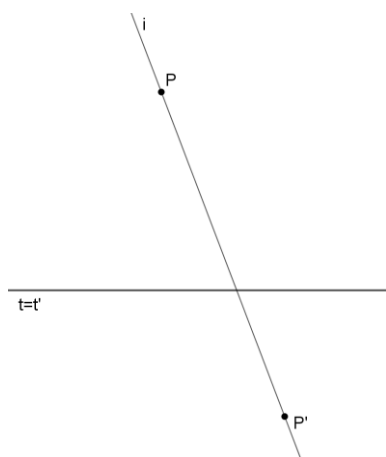


6. Tengelyes affinitás és centrális kollineáció

Tengelyes affinitás

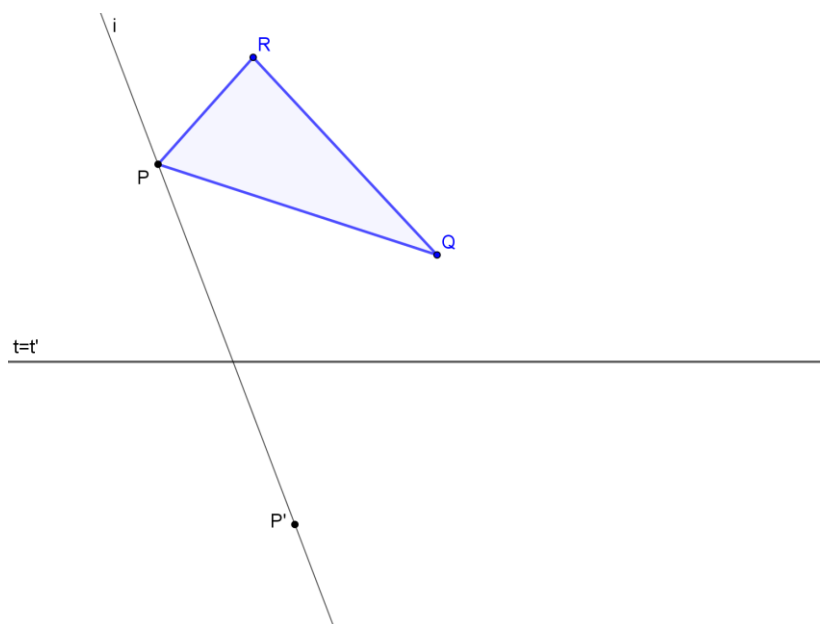


A tengelyes affinitás...



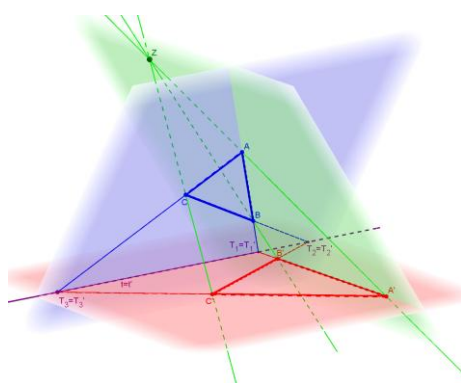
Speciális eset: merőleges affinitás – ha az affinitás iránya a tengelyre merőleges.

Adott egy tengelyes affinitás tengelyével és egy megfelelő pontpárral. Szerkesszük meg a PQR háromszög képét!

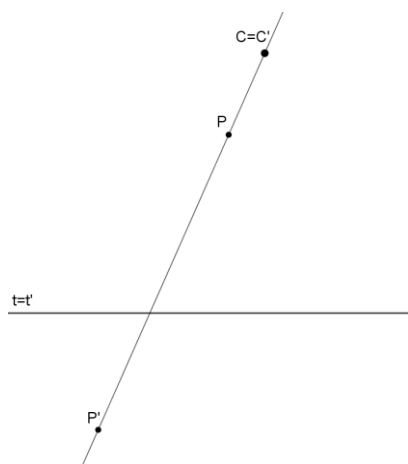


Centrális kollineáció

Előkészület: végtelen távoli (ideális) pontok és végtelen távoli (ideális) egyenes



A centrális kollineáció...

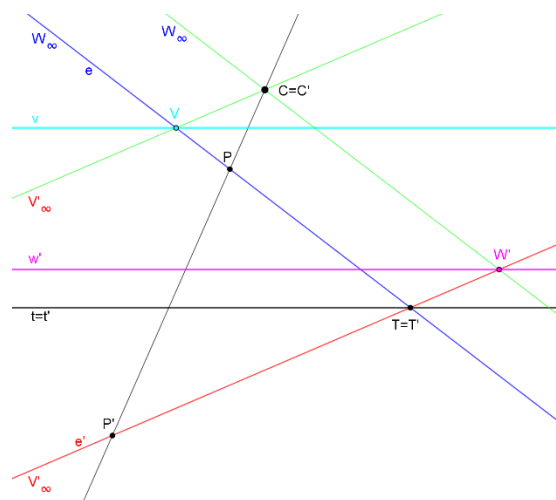


Kiegészítés: ellentengelyek

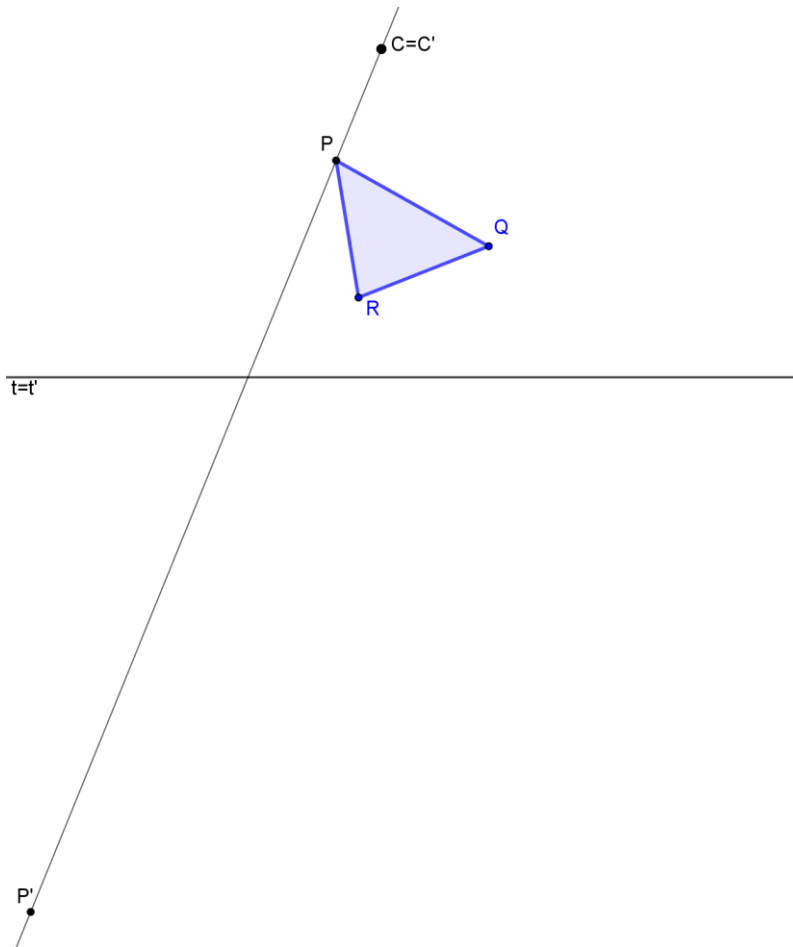
A v az az egyenes, amelynek képe a sík végtelen távoli egyenese.

A w' az az egyenes, amely a sík végtelen távoli egyenesének a képe.

Egy fontos alkalmazását lásd a perspektívánál.

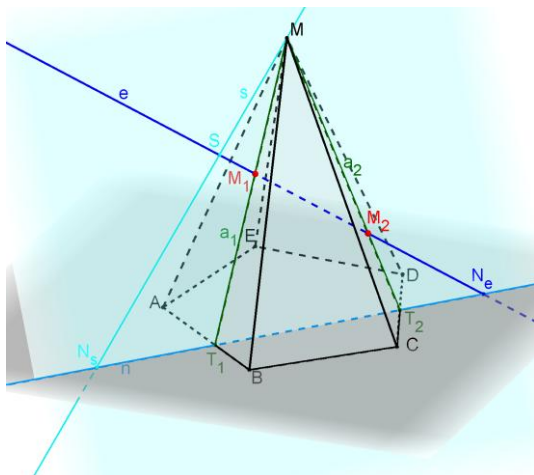


Adott egy centrális kollineáció centrumával, tengelyével és egy megfelelő pontpárral. Szerkesszük meg a PQR háromszög képét! (Plusz feladat: Adjuk meg az egyik ellentengelyt is!)

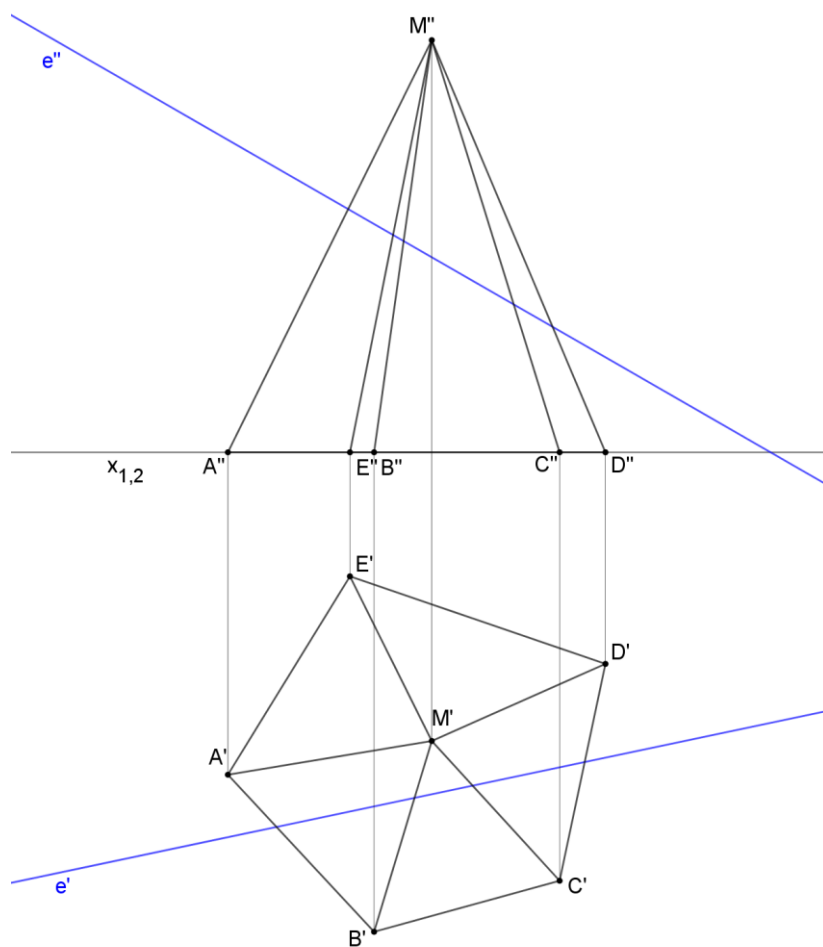


7. Síklapú testek metszése egyenessel és síkkal

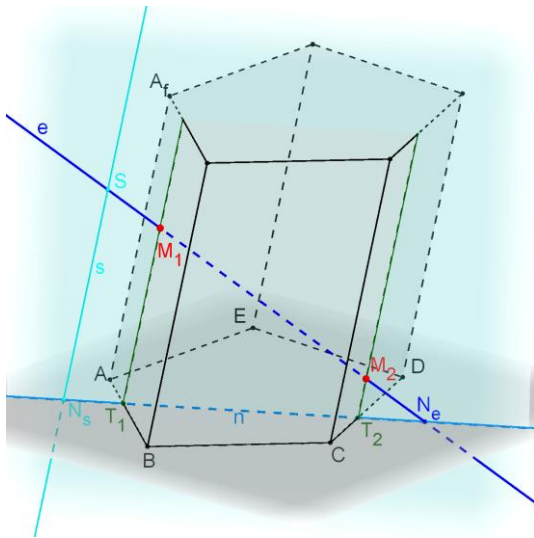
Gúla metszése egyenessel



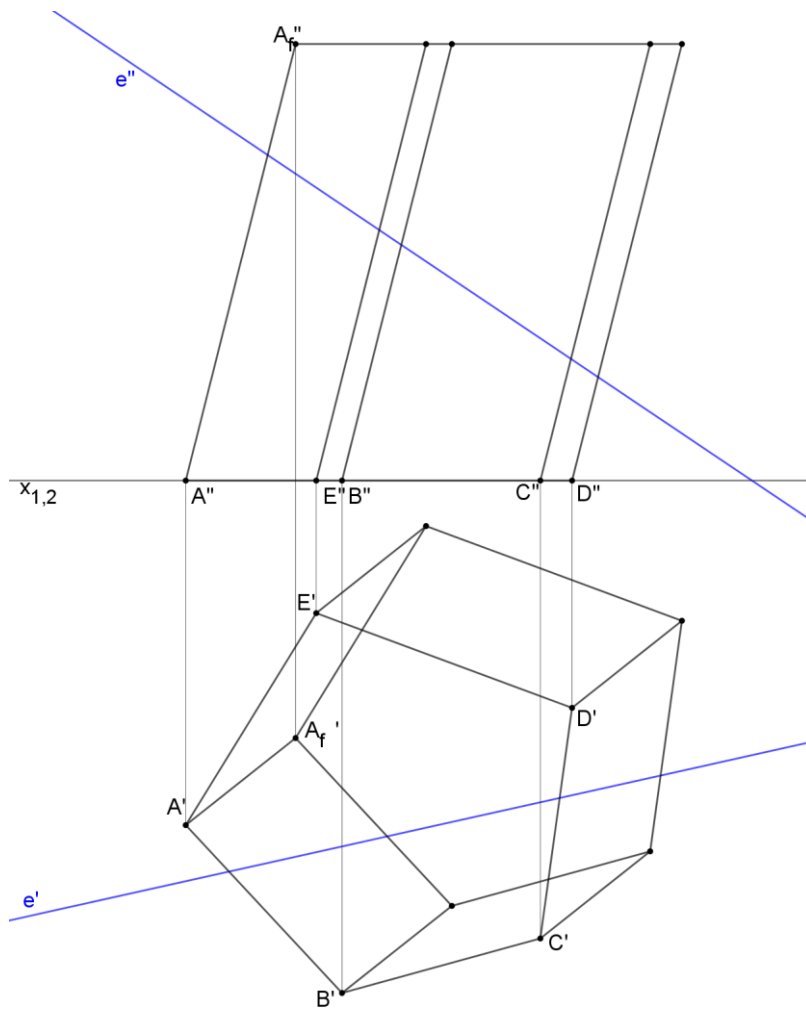
Szerkesszük meg az alábbi, K_1 képsíkon álló gúla és e egyenes közös pontjait!



Hasáb metszése egyenessel

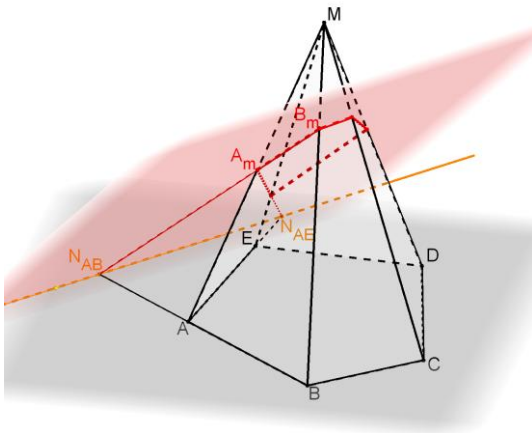


Szerkesszük meg az alábbi, K_1 képsíkon álló hasáb és e egyenes közös pontjait!

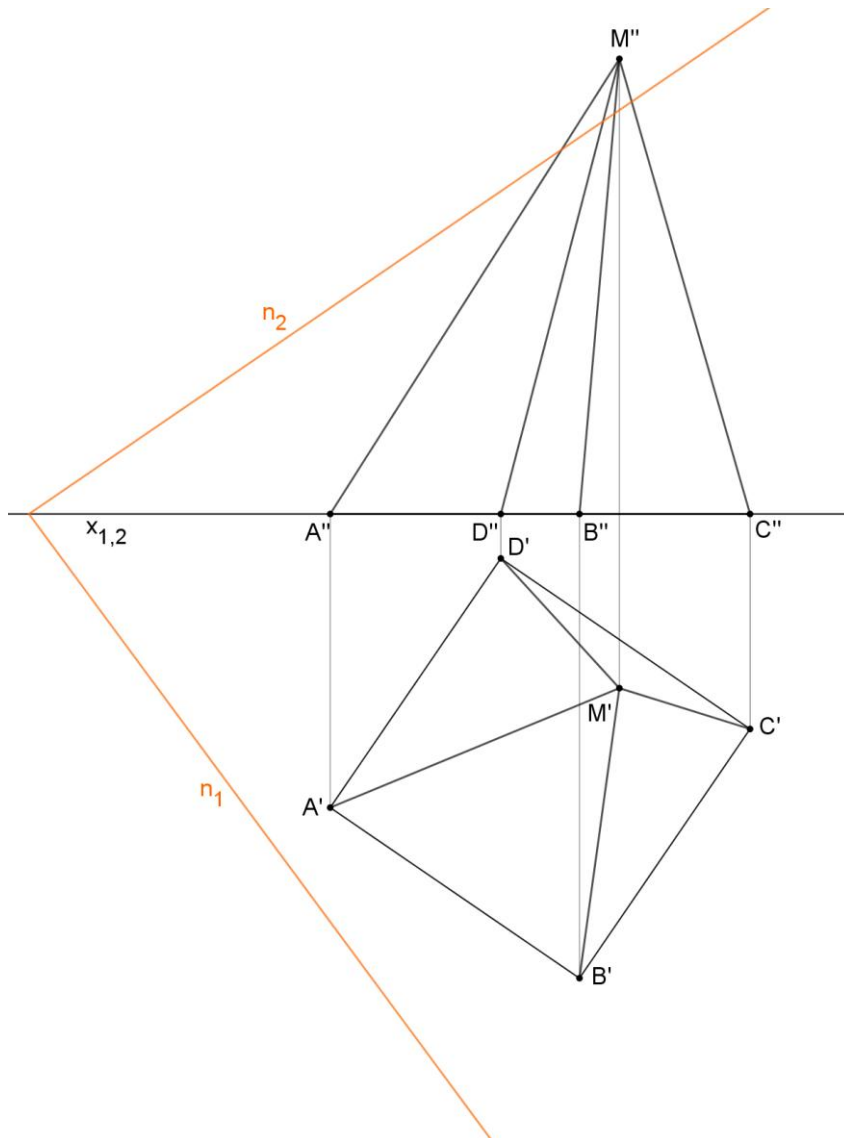


Gúla metszése síkkal

Gúla metszése síkkal – centrális kollineációval

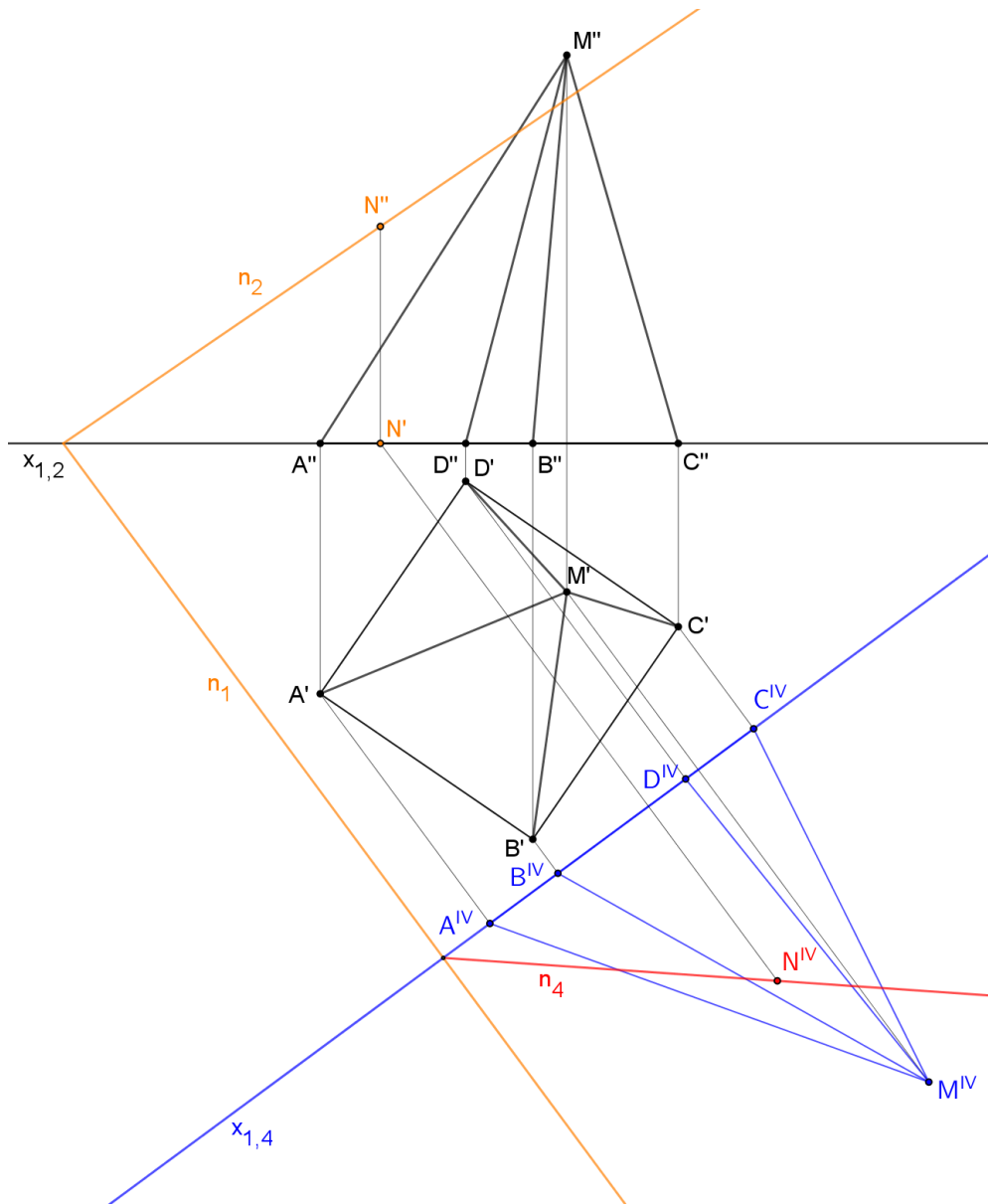


Szerkesszük meg az alábbi, K_1 képsíkon álló gúla és az adott sík metszését!



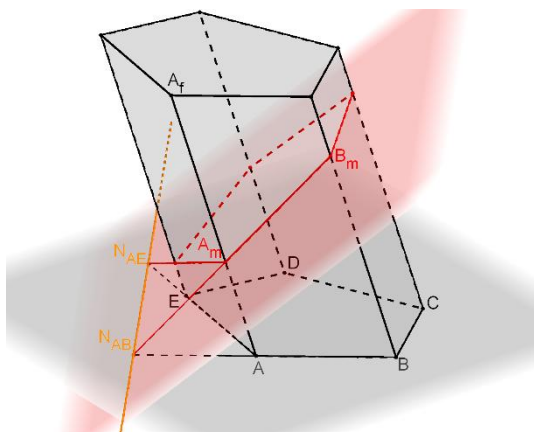
Gúla metszése síkkal – képsíktranszformációval

Szerkesszük meg az alábbi, K_1 képsíkon álló gúla és az adott sík metszését! *

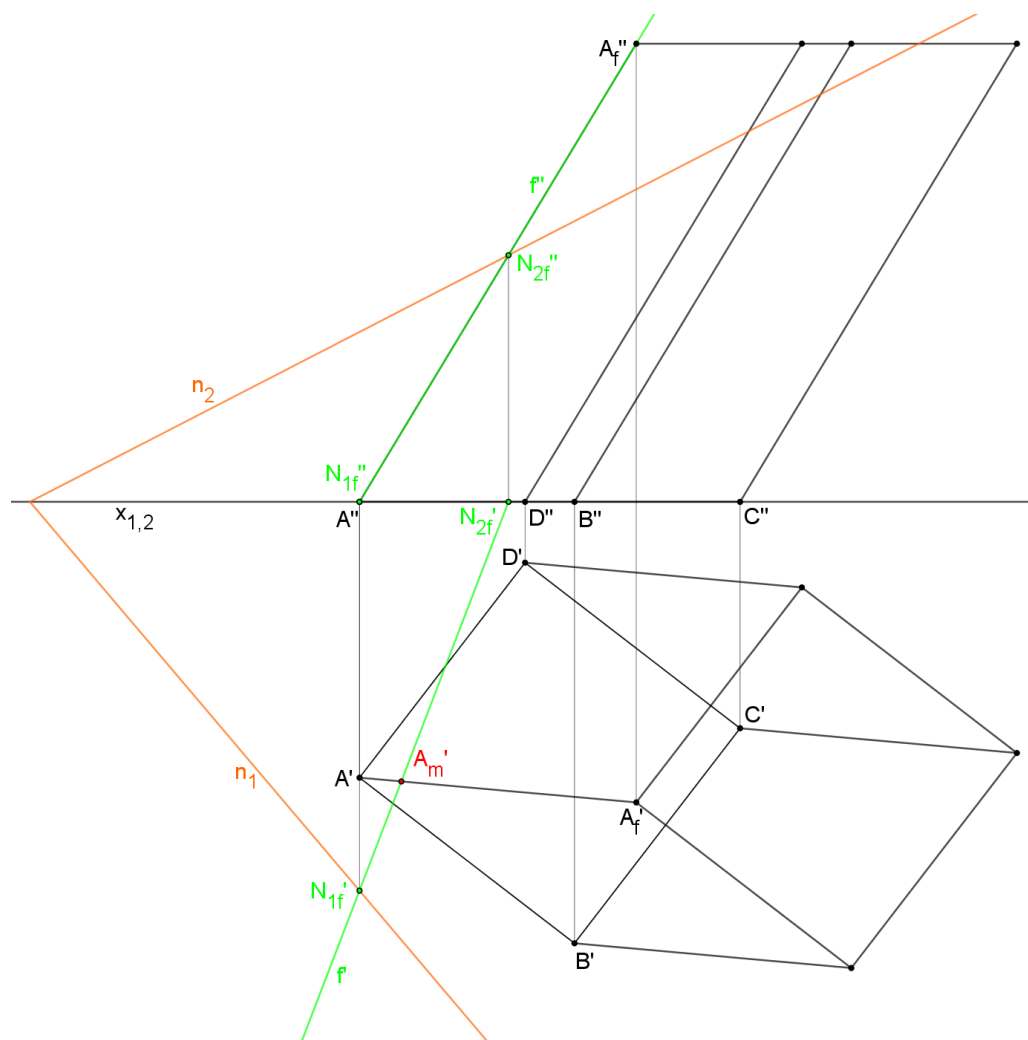


Hasáb metszése síkkal

Hasáb metszése síkkal – tengelyes affinitással



Szerkesszük meg az alábbi, K_1 képsíkon álló hasáb és az adott sík metszését! *

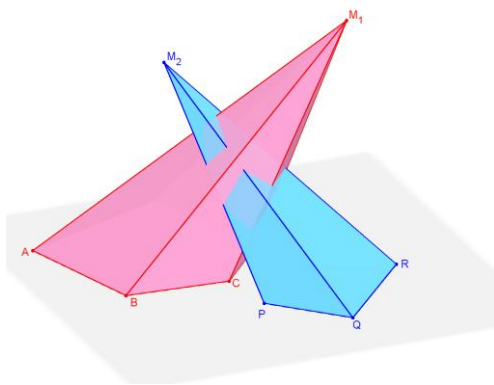


Megjegyzés: Gyakorlásképpen érdemes a fenti feladatot képsíktranszformációval is megoldani.

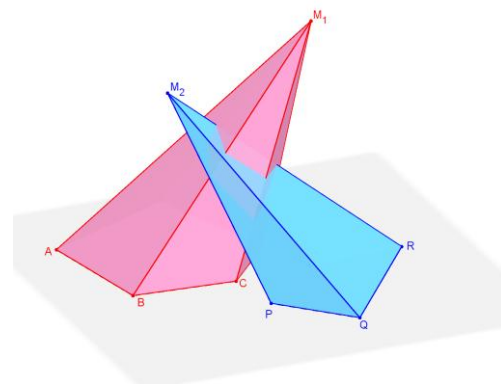
8. Síklapú testek áthatása

Általános elvek

Teljes áthatás

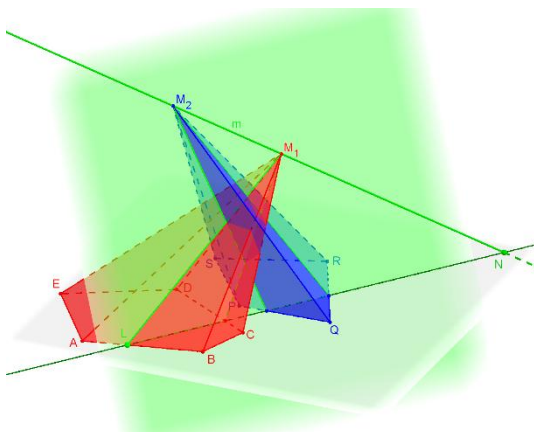


Bemetszés

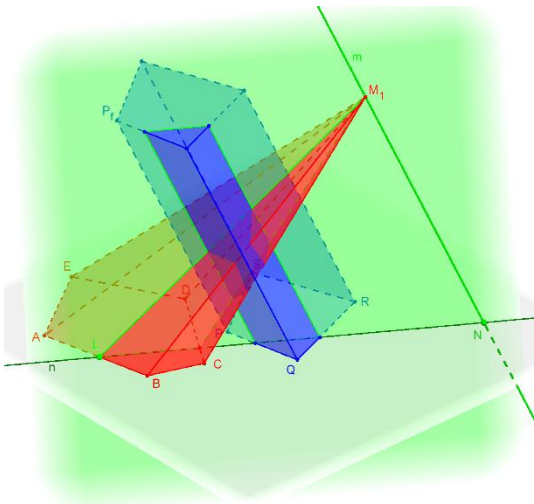


Szeletősíkok módszere

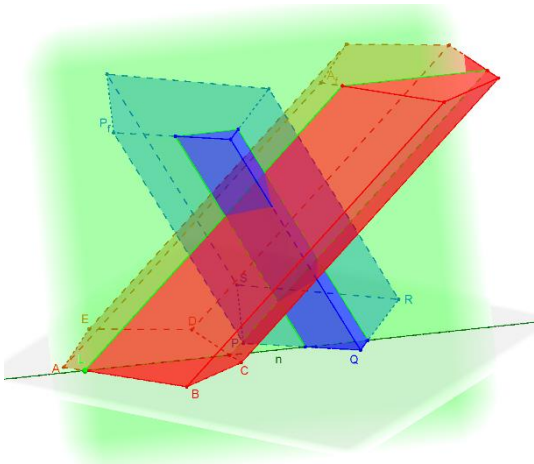
Két gúla



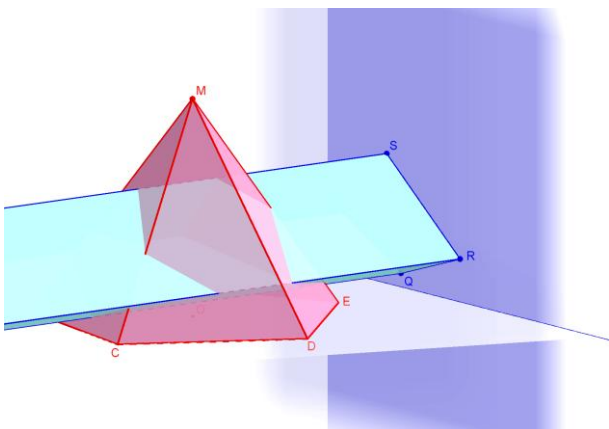
Gúla és hasáb



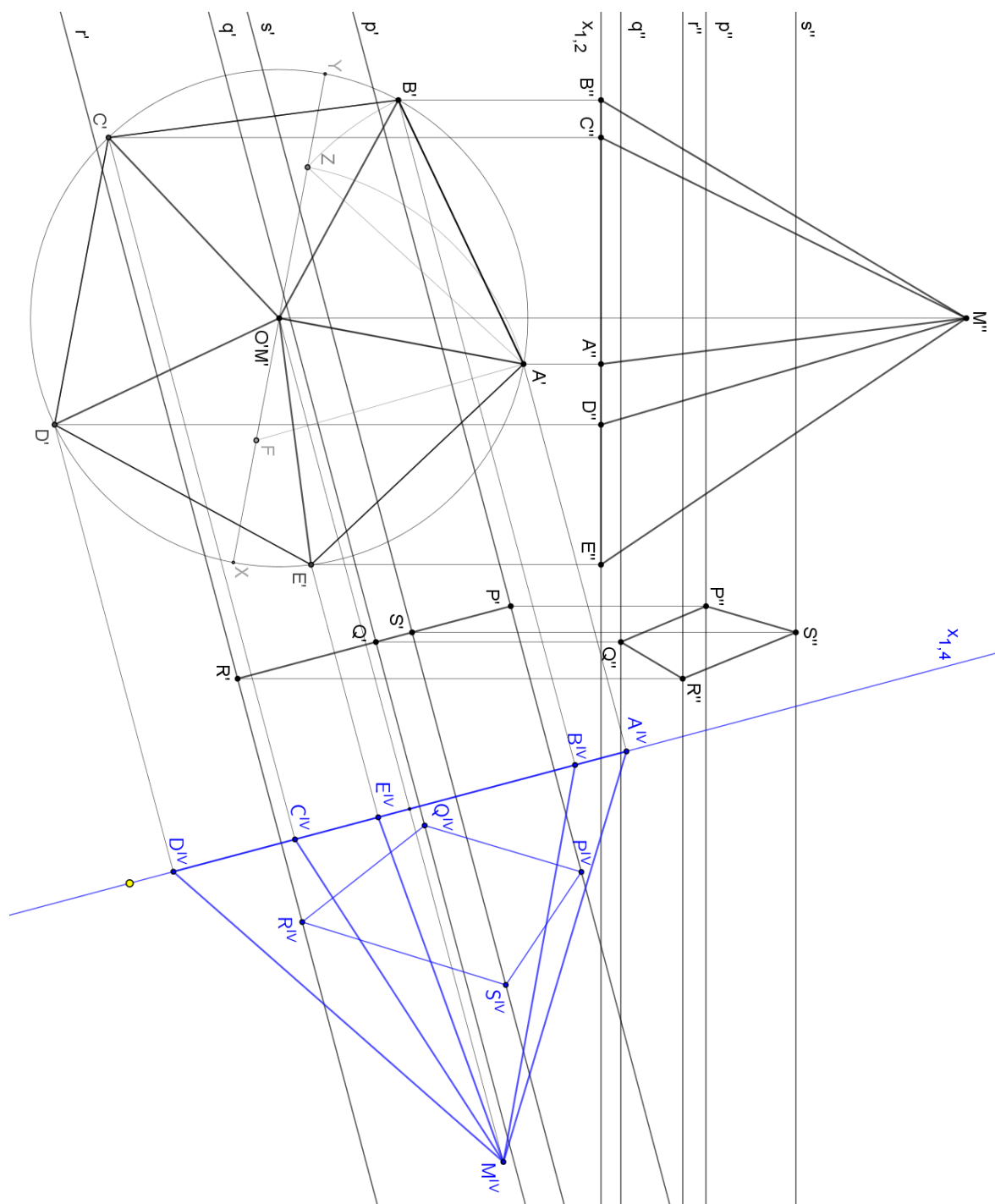
Két hasáb



Áthatás szerkesztése képsíktranszformációval

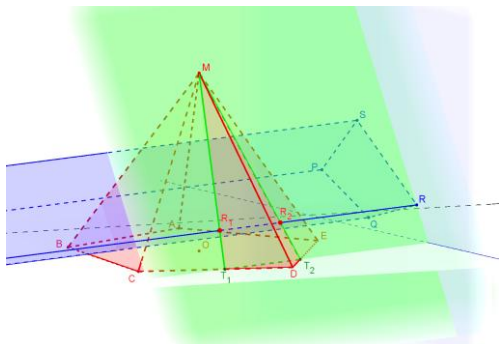


Adott egy, az első képsíkon álló, szabályos ötszög alapú egyenes gúla és egy olyan PQRS négyszög alapú (végtelen) egyenes hasáb, amelynek alkotói első fővonalak. Szerkesztendő a két felület áthatása. A vízszintes hasáb eltávolítása után ábrázoljuk a csonkolt gúlapalástot láthatóság szerint! *

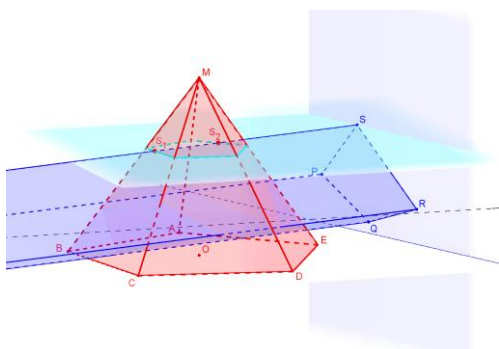


Szerkesztési módszerek

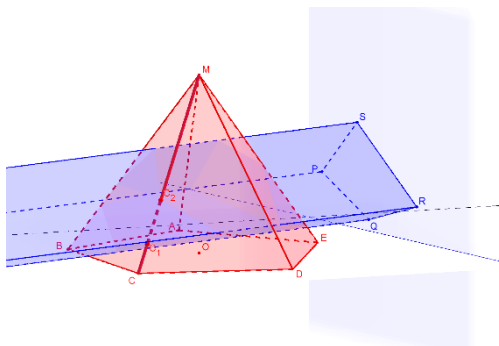
A hasáb alkotói metszik a gúlát (segédsíkkal)



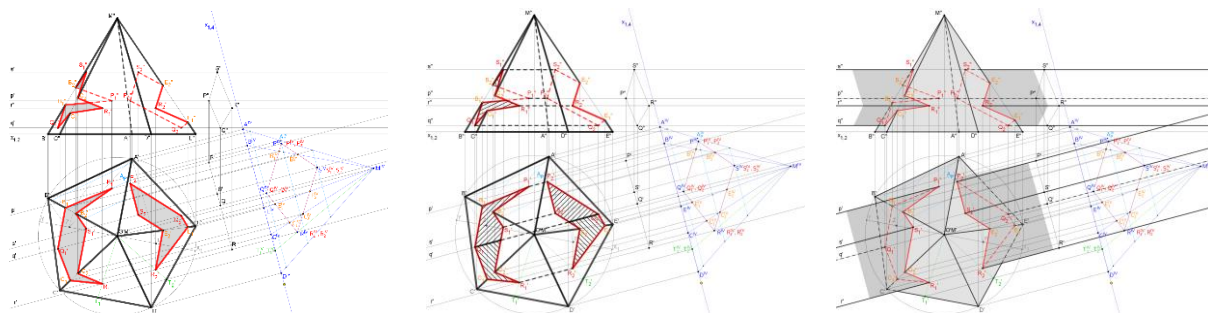
A hasáb alkotói metszik a gúlát (vízszintes szeletelősíkkal)



A gúla alkotói metszik a hasábot



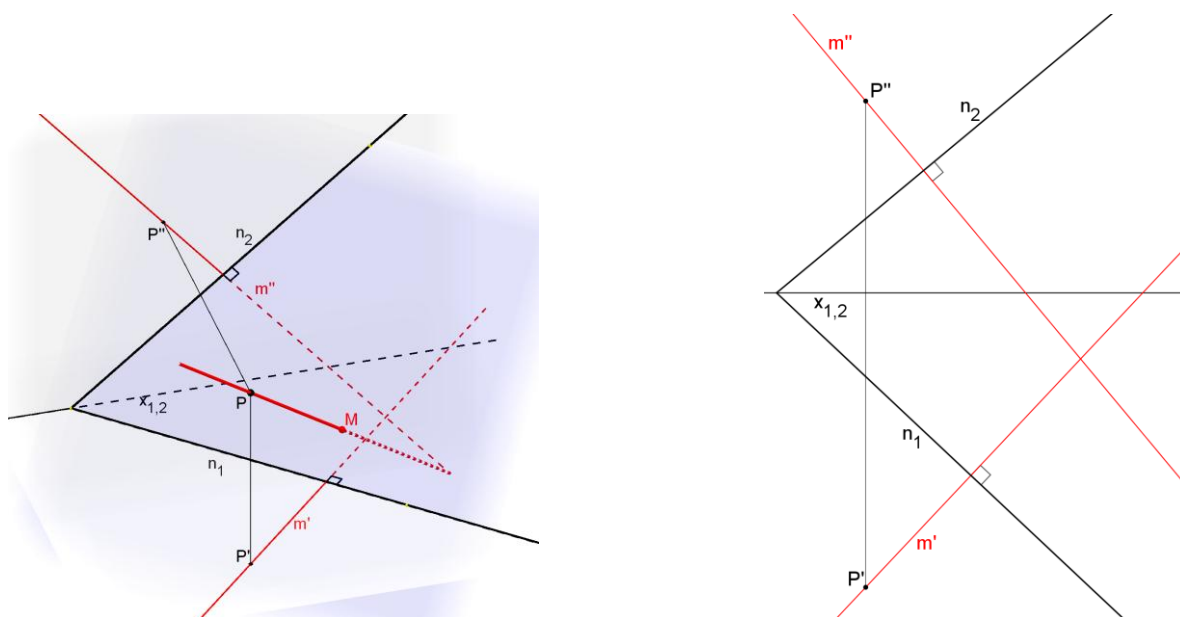
Néhány lehetőség a láthatóság szerinti ábrázolásra



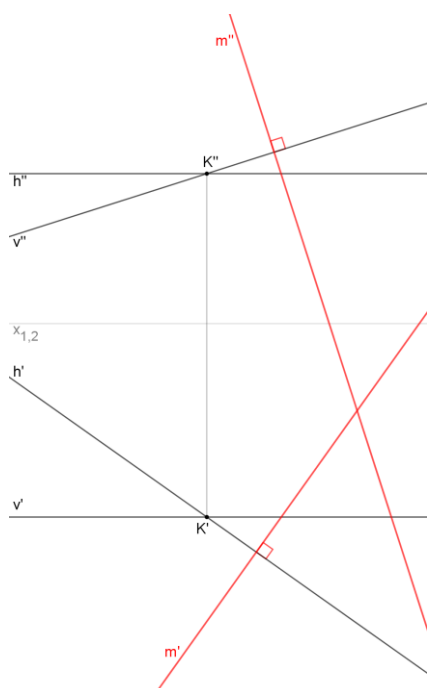
9. Metrikus feladatok Monge-projekcióban

Sík és egyenes merőlegessége

Általános elv (külső pontból merőleges egyenes állítása egy nyomvonalakkal adott síkra)



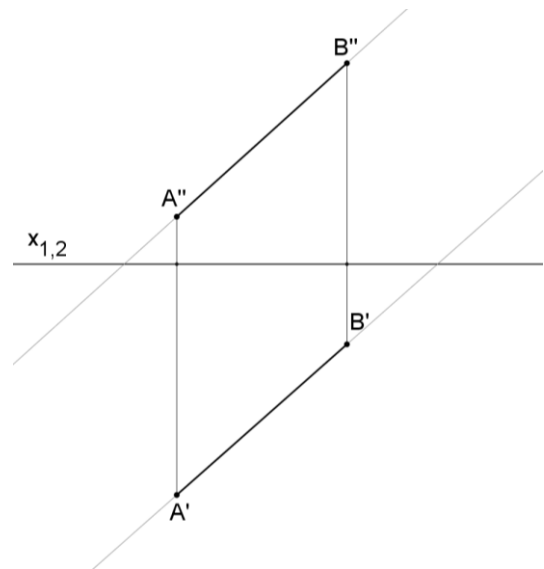
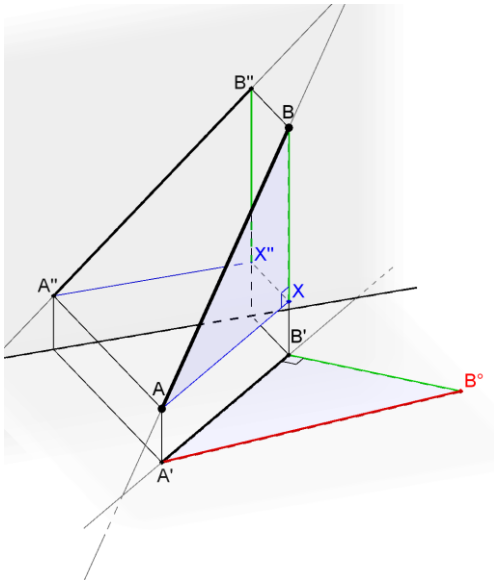
Fővonalak esetén (tetszőleges merőleges egyenes állítása egy fővonalakkal adott síkra)



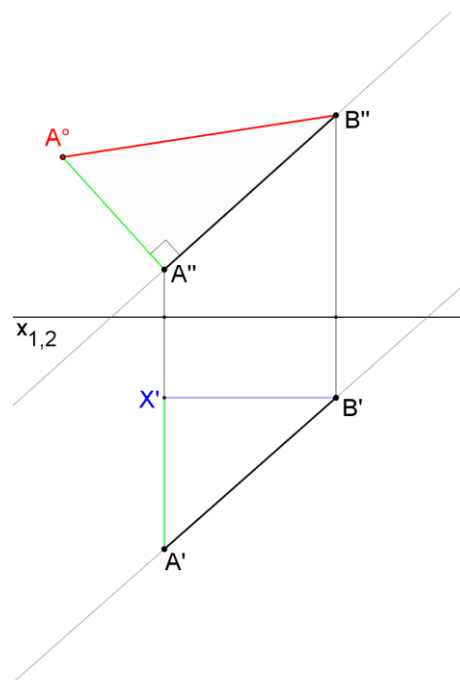
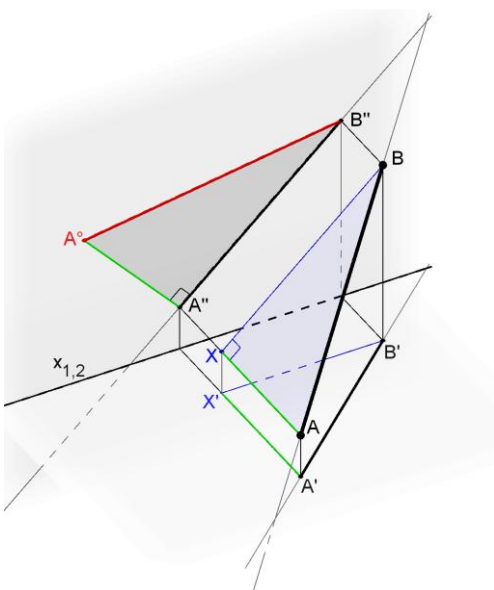
Egyenes leforgatása

A különbségi háromszög módszer – szakasz valódi hosszának meghatározása

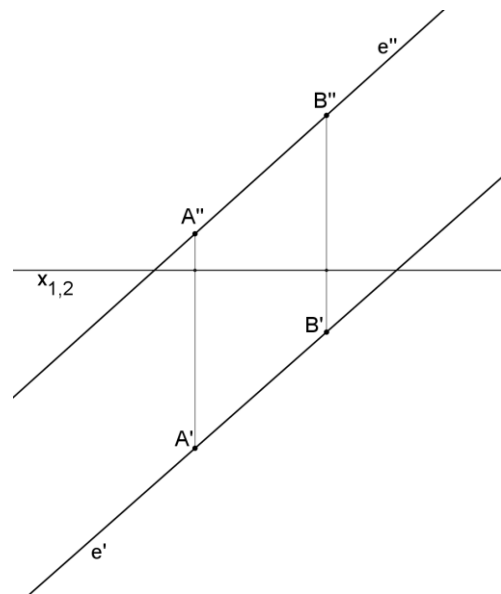
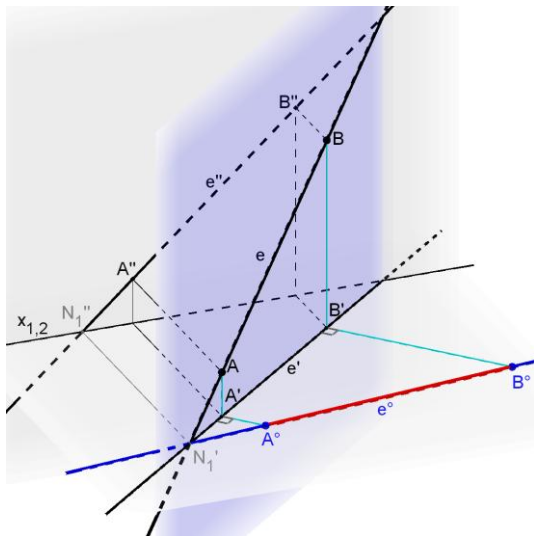
Első eset



Második eset

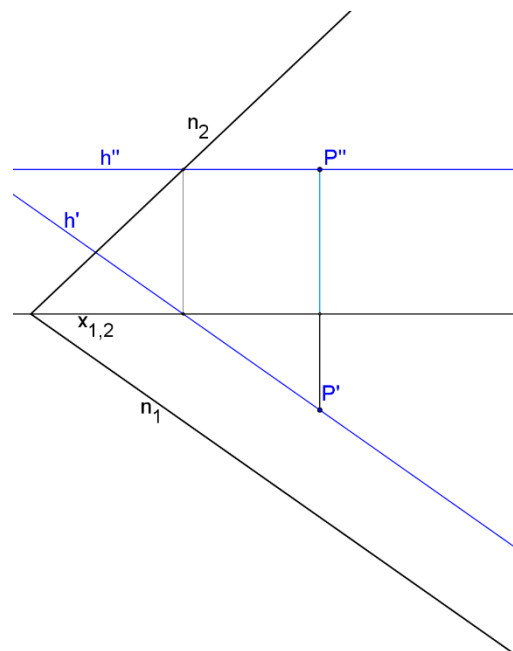
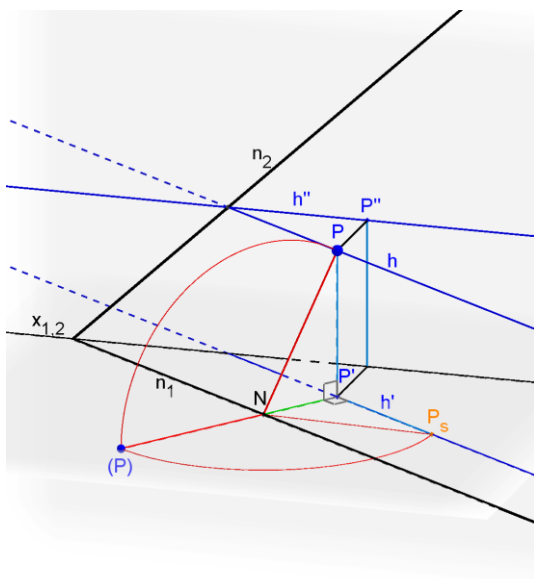


Egyenes leforgatása (~ vetítősík képsíkba forgatása)



Sík leforgatása

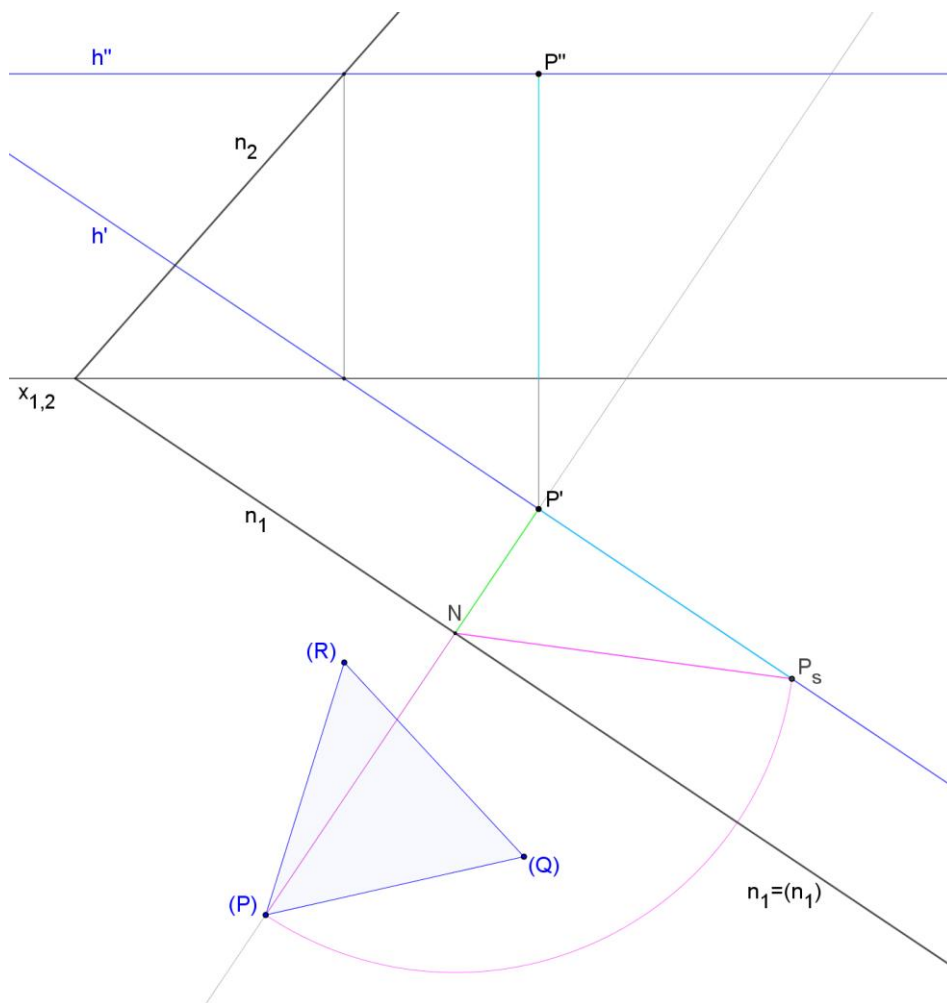
Sík leforgatása az első képsíkba (ha a sík nyomvonalakkal adott) *



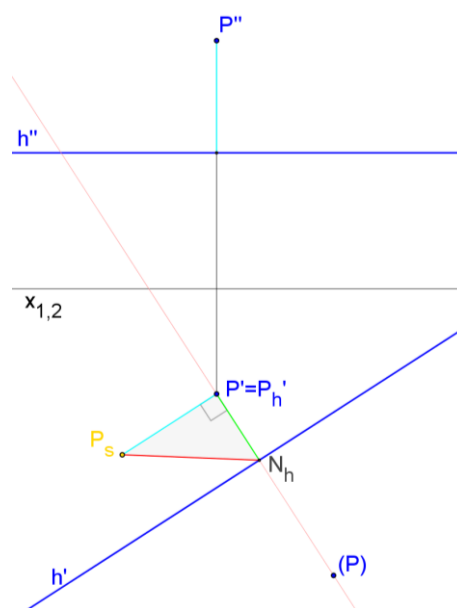
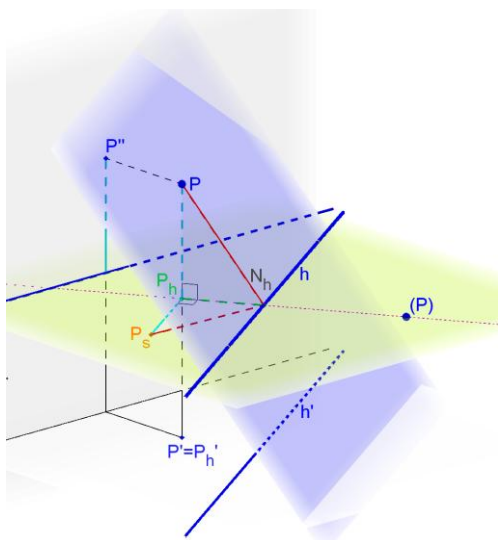
A leforgatás elve:

Egy alapvető példa

Adott egy sík nyomvonalai és abban egy P pont. Szerkesszünk olyan síkbeli szabályos háromszöget, amelynek az egyik csúcspontja a P pont! *

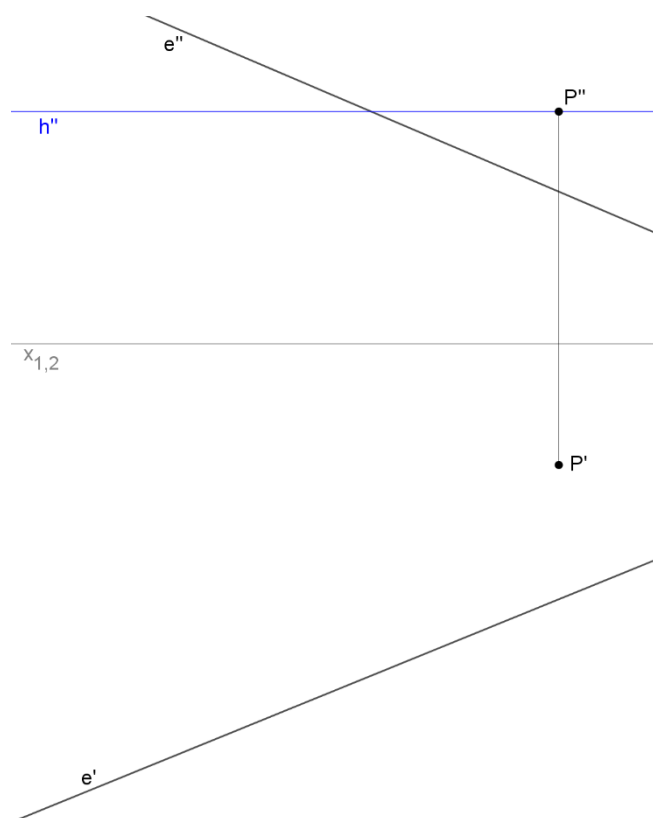


Sík fősíkbá forgatása



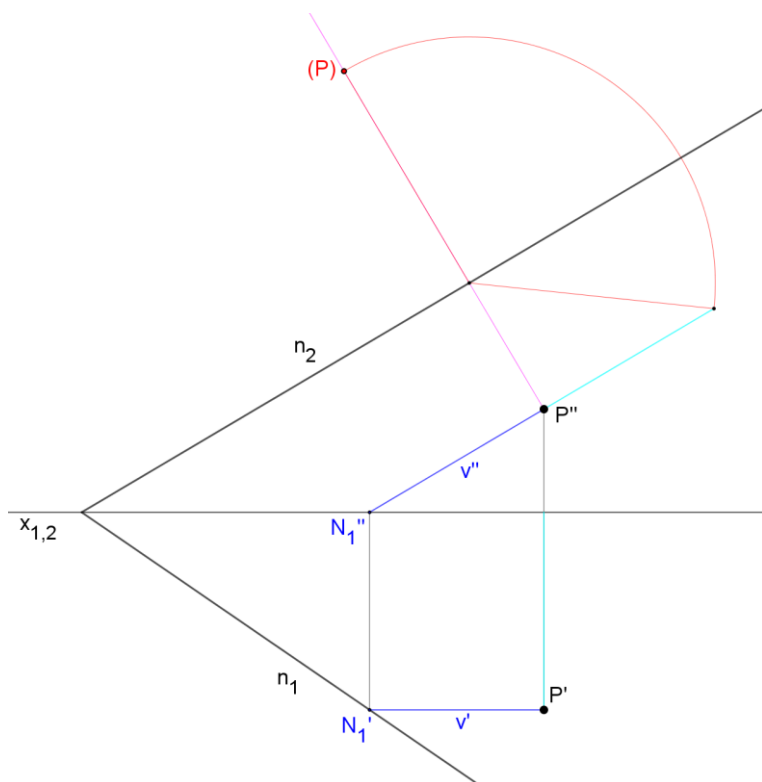
Gyakorlás

Adott egy sík P pontjával és e egyenesével. Határozza meg a sík egy h fővonalát, majd annak segítségével forgassa le a síkot, és határozza meg a P és az e távolságát!



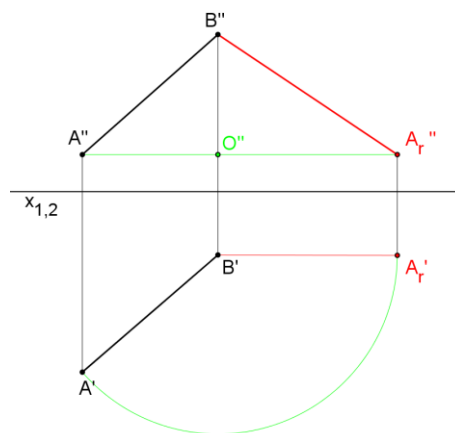
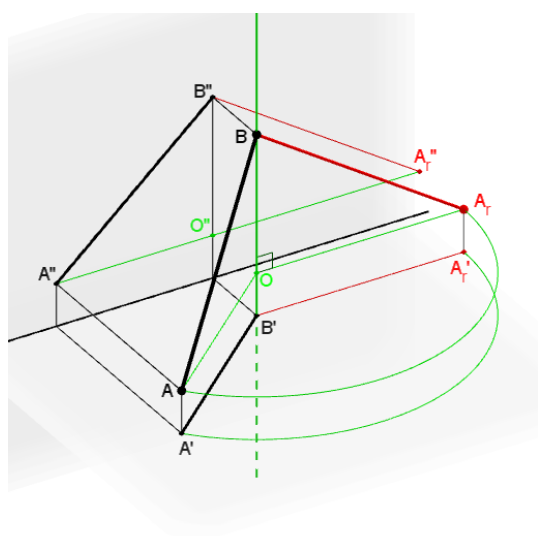
Gyakorlás

Adott egy sík nyomvonalával. Forgassuk le a síkot egy P pontja segítségével a második képsíkba!



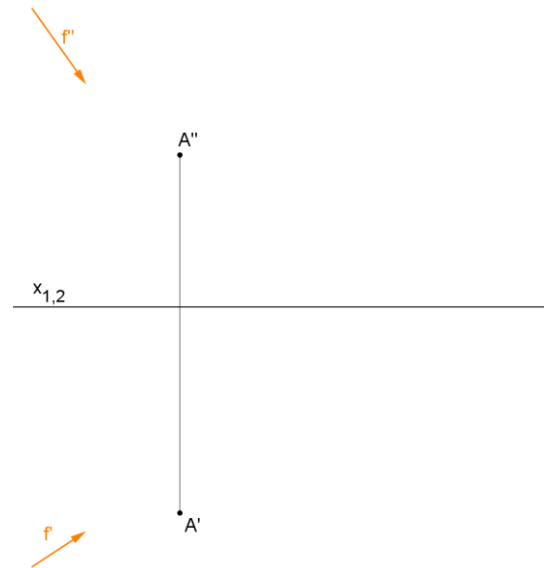
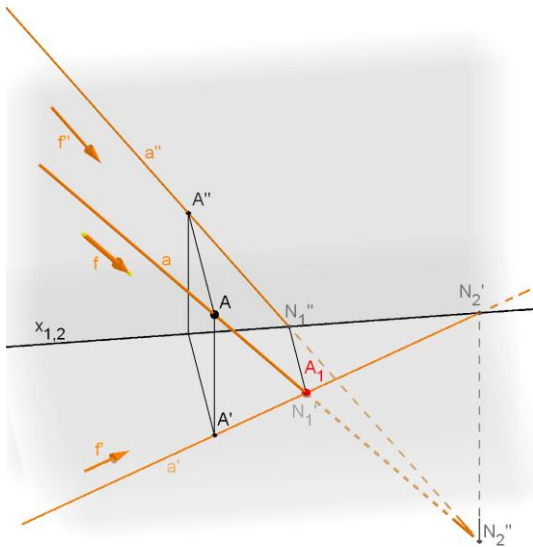
Érdekesség: A rotációról röviden

Egy szakasz egy vetítőegyenes körül is elforgatható képsíkkal párhuzamos helyzetbe, ezt az eljárást rotációnak nevezzük.

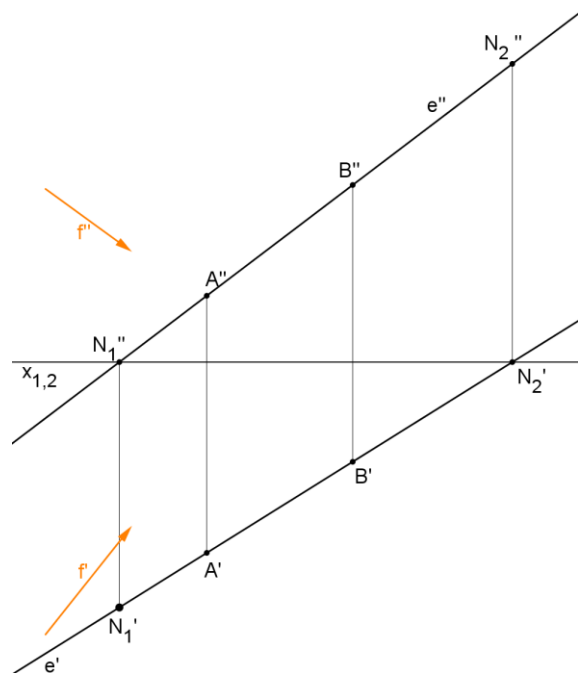
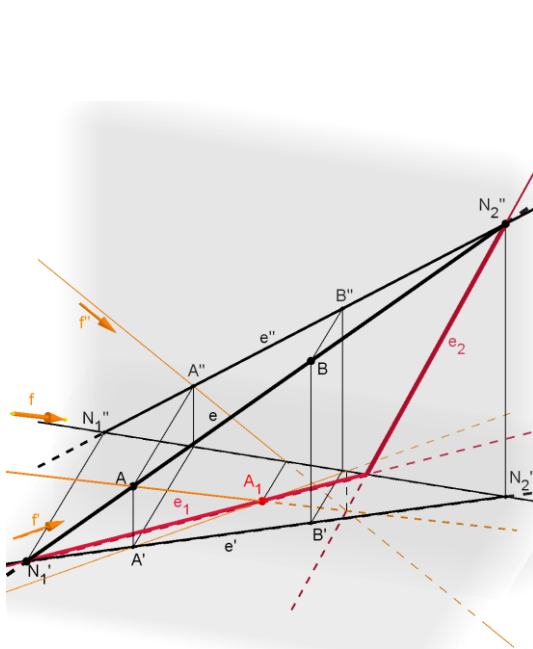


10. Árnyékszerkesztés Monge-projekcióban

Pont árnyéka



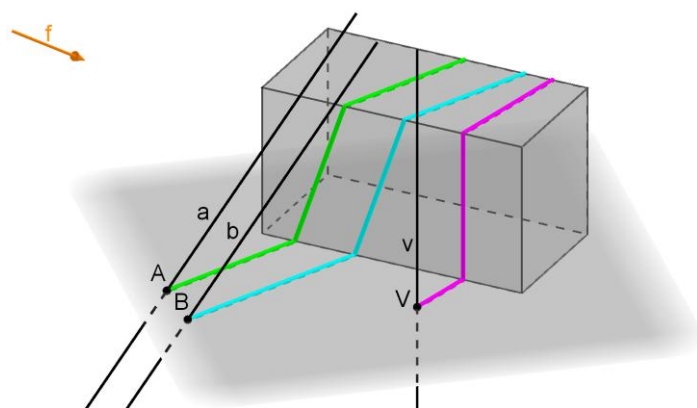
Egyenes árnyéka



Fénysík:

Az árnyékszerkesztés főbb szabályai

1. Egy egyenes vetett árnyéka az egyenes és az árnyékfelfogó sík dőléspontjából indul ki.
2. Egy, az árnyékfelfogó síkkal párhuzamos egyenes vetett árnyéka párhuzamos az egyenessel.
3. Párhuzamos egyenesek vetett árnyékai párhuzamosak.
4. Egy egyenes párhuzamos síkokra vetett árnyékai egymással párhuzamosak.
5. Első vetítőegyenes első képsíkra vetett árnyéka párhuzamos a fénysugár első képével.

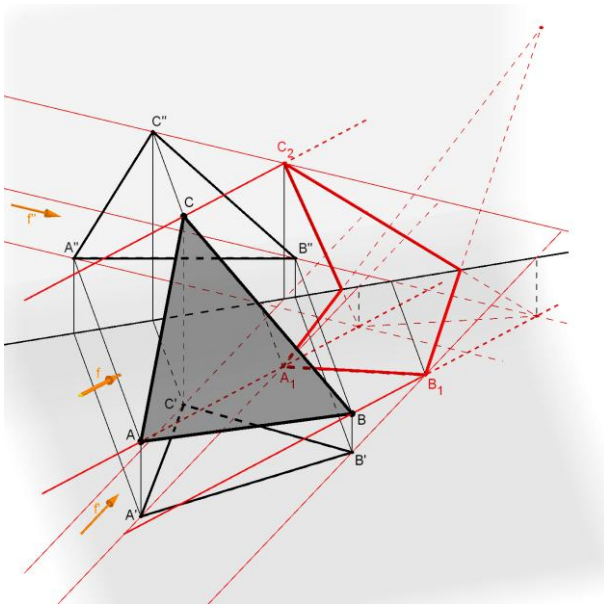


Példa:

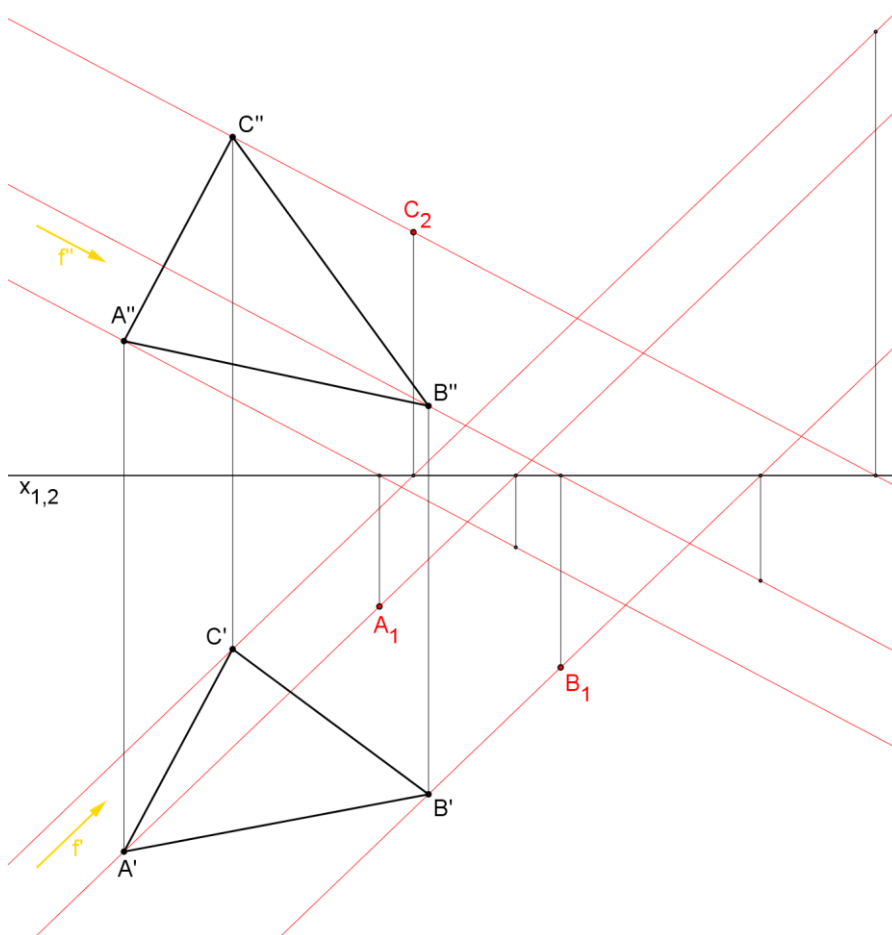


Fotó: Weizkopf András

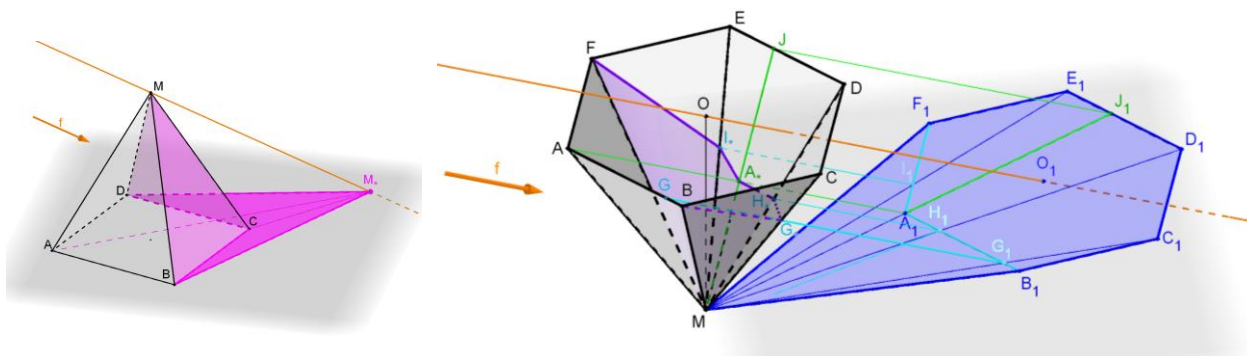
Síkidom árnyéka



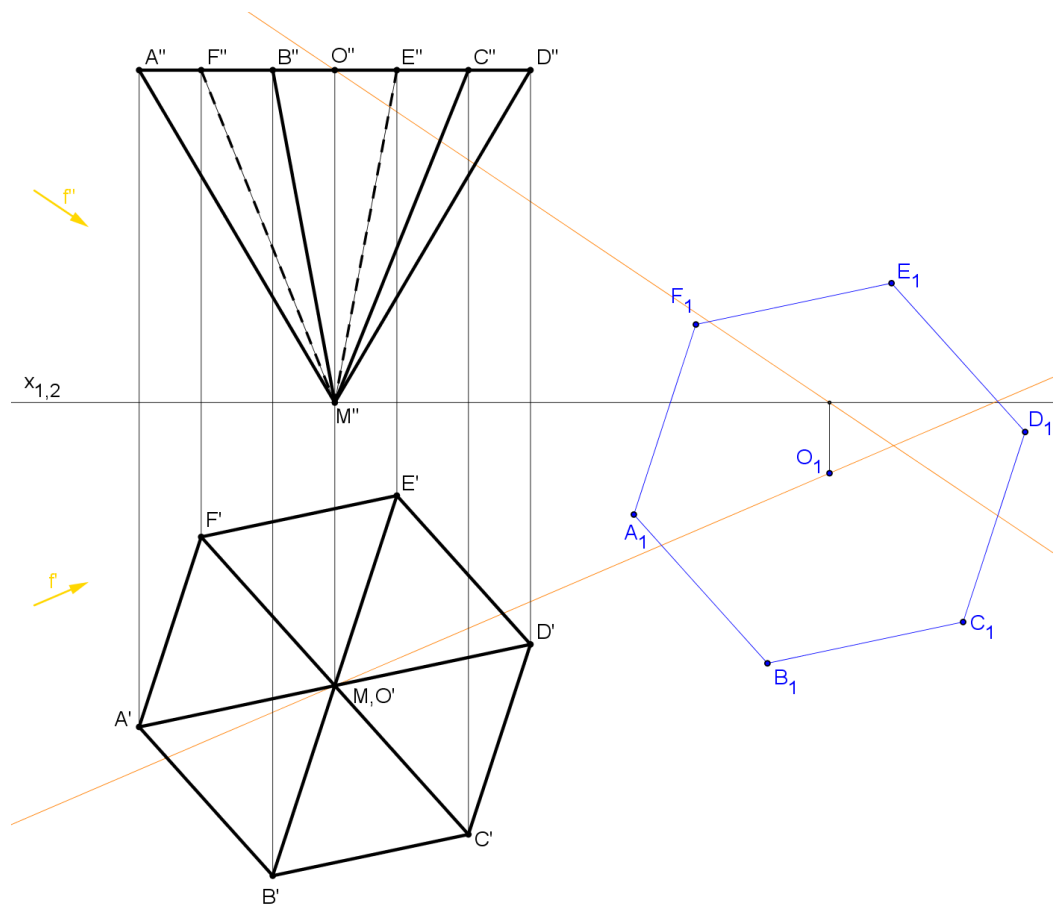
Szerkesszük meg az ABC háromszög árnyékát a megadott fénysugárirány mellett! *



Test árnyéka

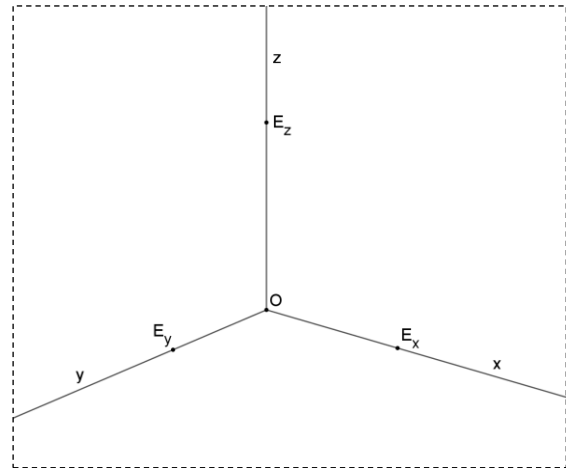
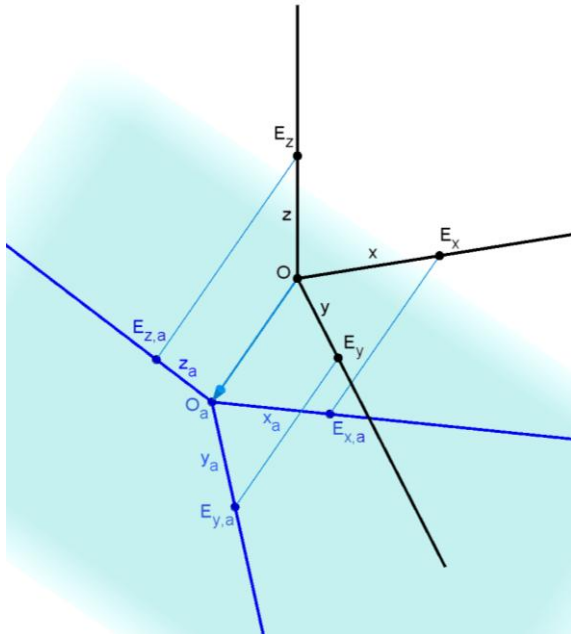


Adott egy, a csúcán álló szabályos hatszög alapú egyenes gúlapalást. A gúla csúcspontja az első képsíkban van. Szerkesszük meg a gúla első képsíkra és önmagába vetett árnyékait a megadott fénysugárirány felhasználásával! Jelöljük az önárnyékos lapokat! *



11. Az axonometria alapjai

Az axonometrikus rendszer



Tulajdonságai:

Rövidülések, Pohlke tétele

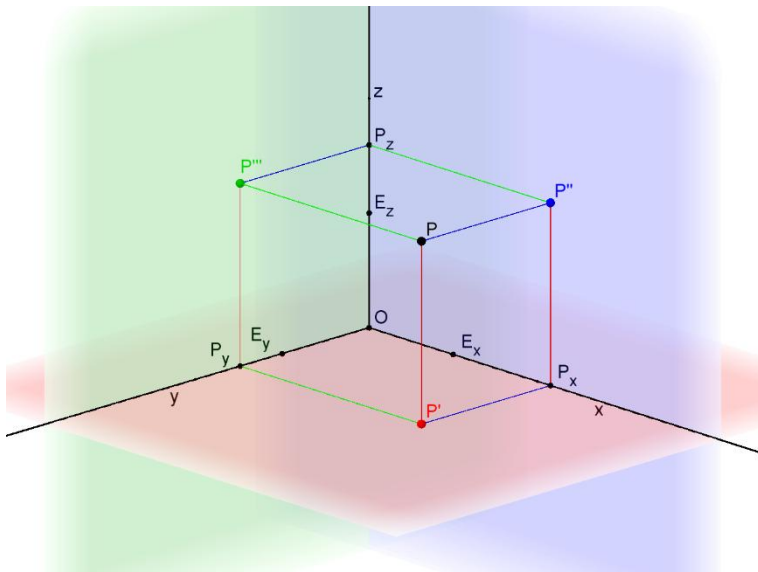
Rövidülések

$$q_x = \frac{O_a E_{x,a}}{O E_x} \quad q_y = \frac{O_a E_{y,a}}{O E_y} \quad q_z = \frac{O_a E_{z,a}}{O E_z}$$

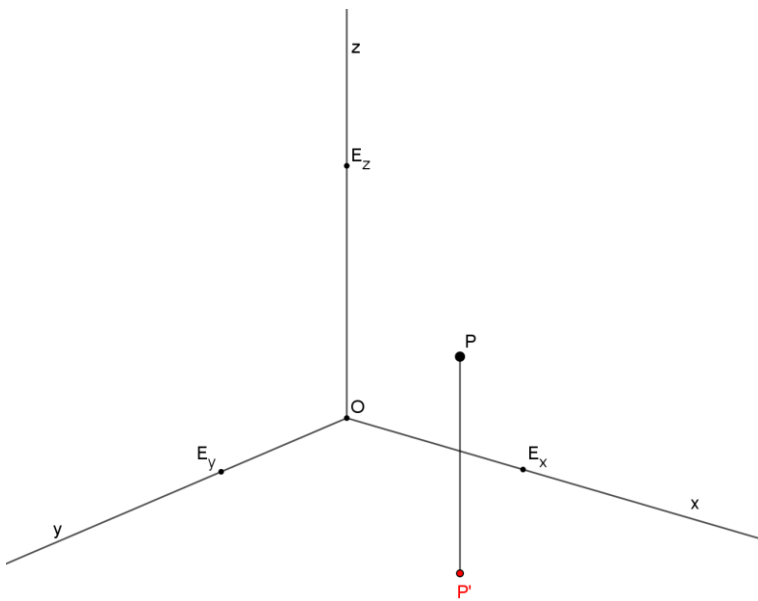
Pohlke tétele

Az $\{O_a, E_{x,a}, E_{y,a}, E_{z,a}\}$ pontnégyes, amelynek semelyik három pontja nem esik egy egyenesre, tetszőlegesen felvehető, mert mindig létezik olyan derékszögű koordinátarendszer (O origóval, E_x , E_y és E_z egységpontokkal), képsík és vetítési irány, hogy az $\{O, E_x, E_y, E_z\}$ pontnégyes képe – hasonlóság erejéig – az adott $\{O_a, E_{x,a}, E_{y,a}, E_{z,a}\}$ pontnégyes.

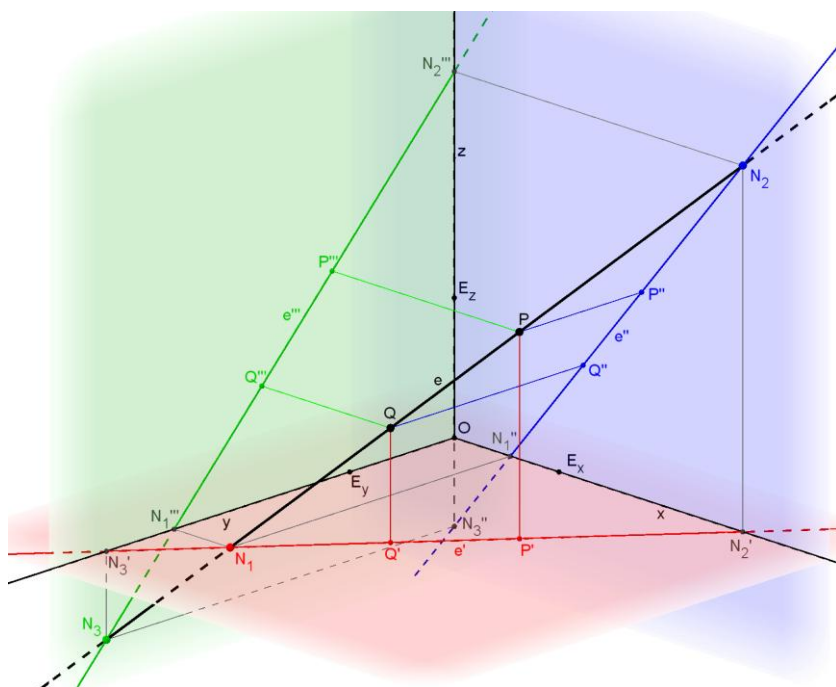
Pont axonometrikus képe



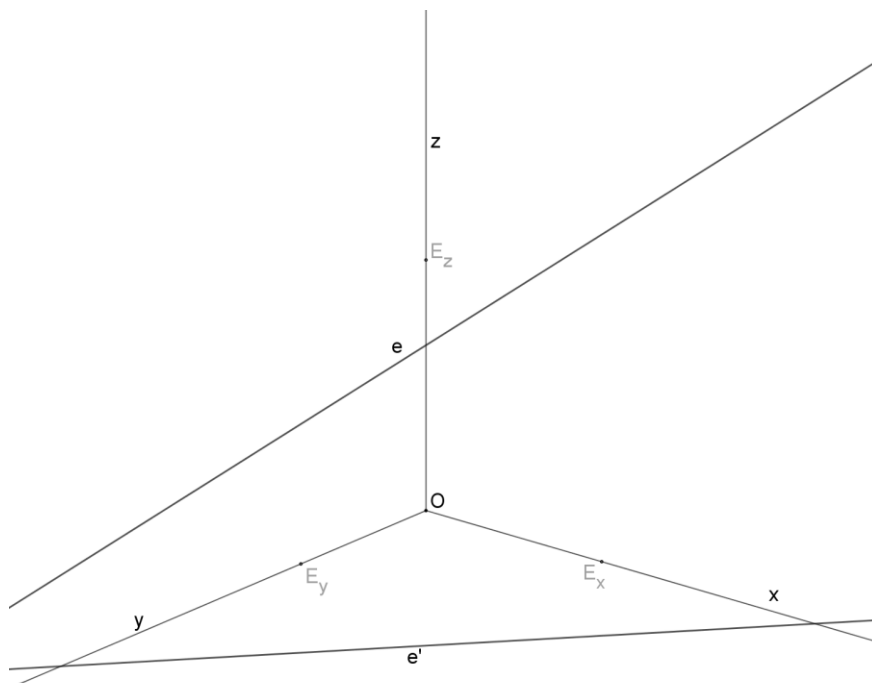
Axonometriában adott egy pont axonometrikus és első képével. Szerkesszük meg a pont hiányzó képeit!



Egyenes axonometrikus képe

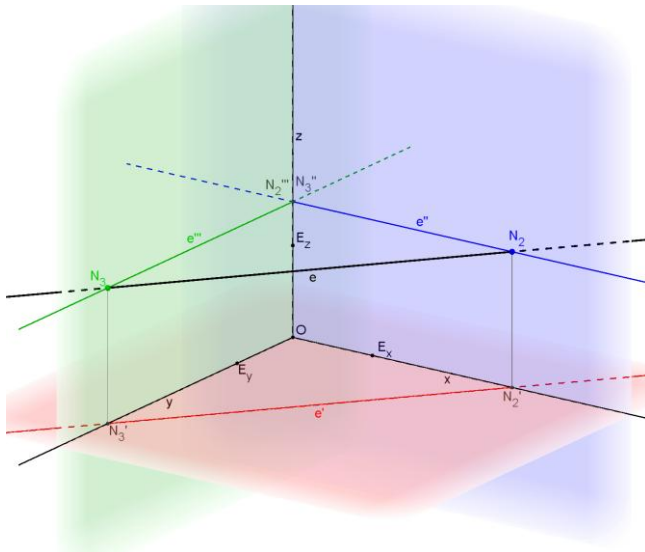


Axonometriában adott egy egyenes axonometrikus és első képével. Szerkesszük meg az egyenes egyik hiányzó képét!

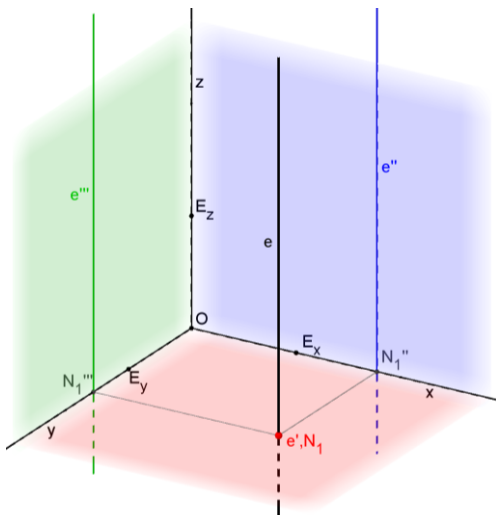


Speciális egyenesek

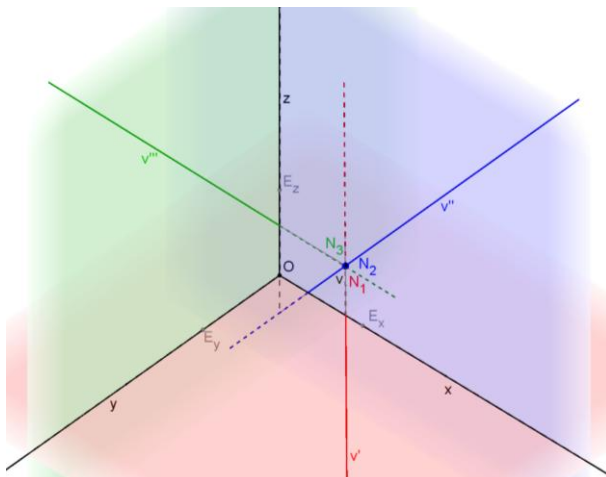
Koordinátságokkal párhuzamos egyenes – például $[x,y]$ síkkal / első fővonal



Koordinátságokra merőleges egyenes – például $[x,y]$ -ra / első vetítőegyenes

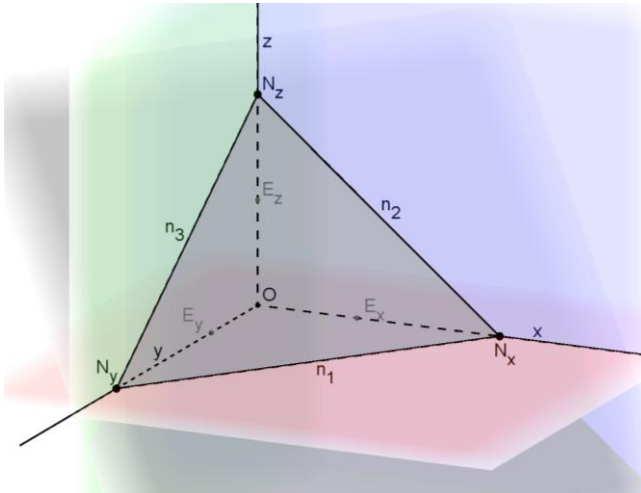


Axonometrikus vetítőegyenes

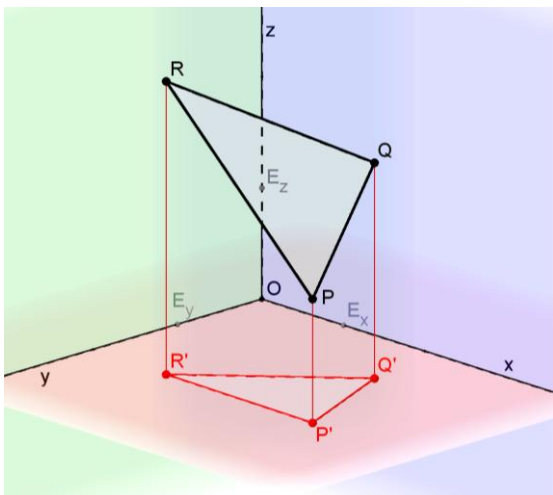


Sík megadási módjai

Nyomháromszöggel

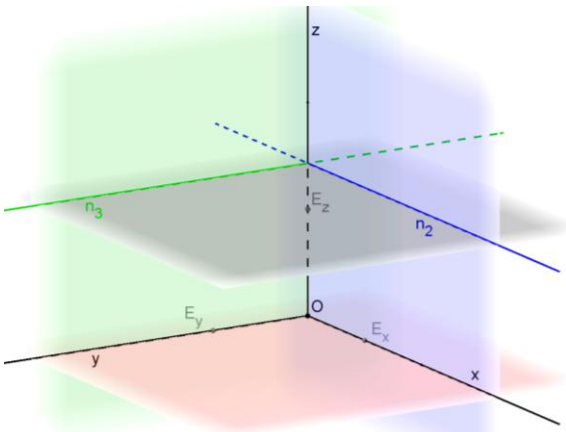


Három pontjával

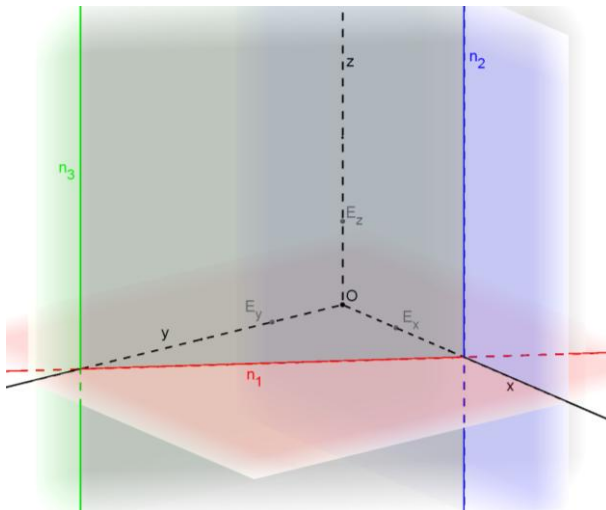


Speciális síkok

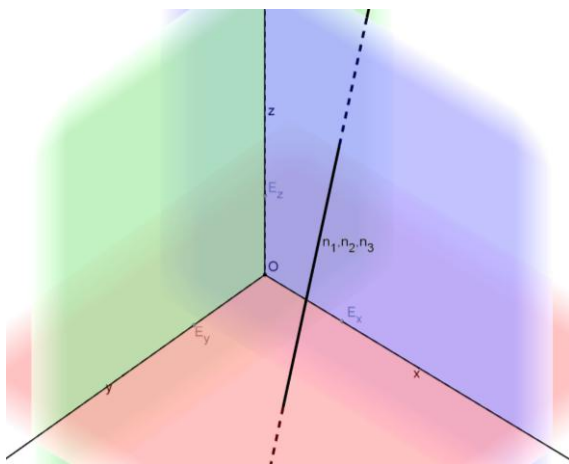
Koordinátasíkkal párhuzamos sík – például $[x,y]$ síkkal / első fősík



Koordinátasíkra merőleges sík – például $[x,y]$ -ra / első vetítősík



Axonometrikus vetítősík

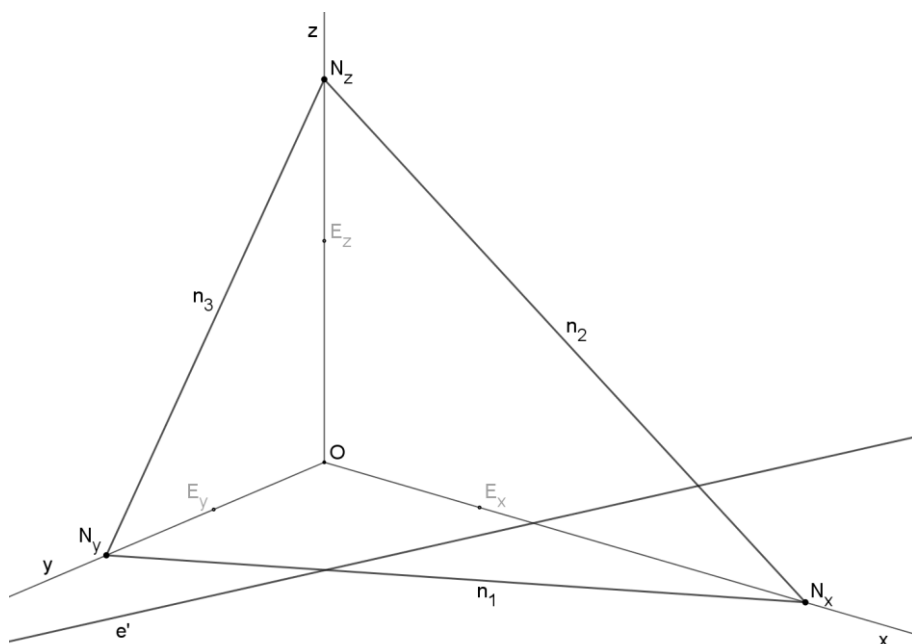


Triviális kölcsönös helyzetek axonometriában

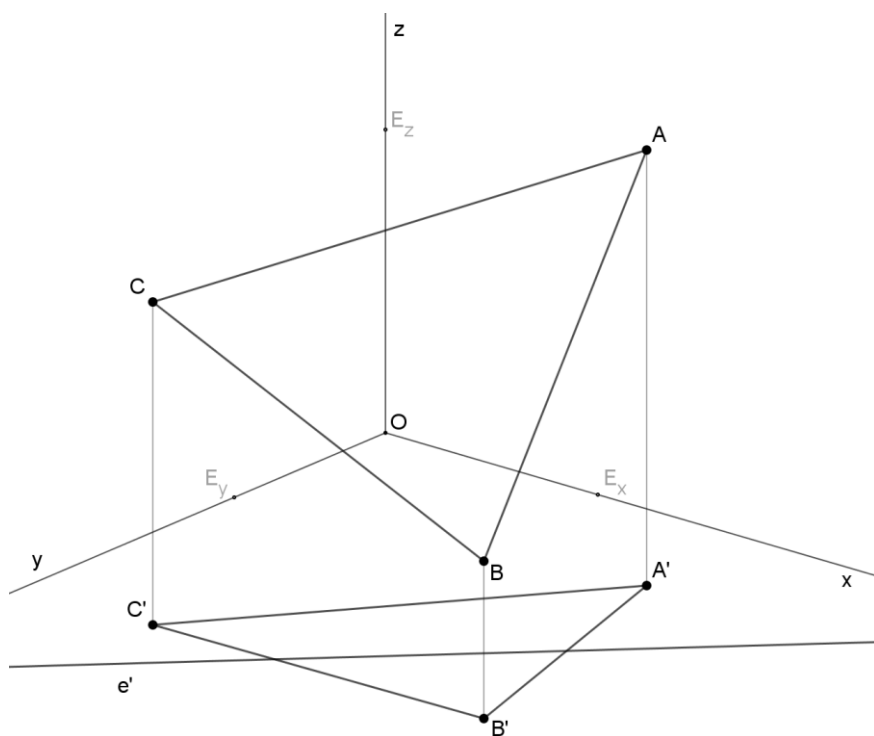
- Két pont egybeesése
- Pont és egyenes illeszkedése
- Párhuzamos, metsző és kitérő egyenesek
- Párhuzamos síkok

Egyenes síkra illesztése

Axonometriában adott egy sík nyomvonalaival és egy egyenes első képe. Szerkesszük meg az egyenes axonometrikus képét úgy, hogy az egyenes a síkra illeszkedjen!

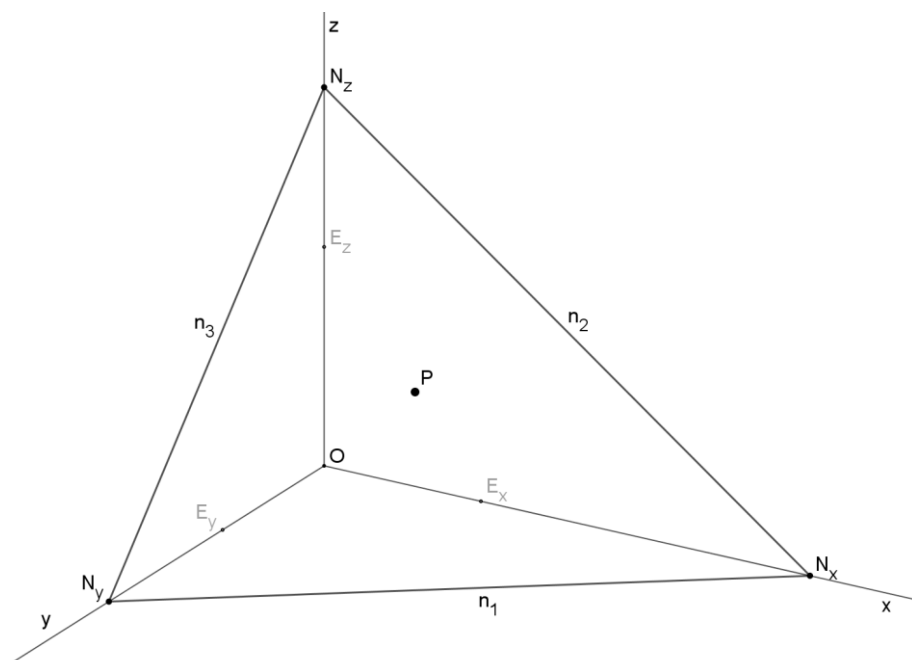


Axonometriában adott egy háromszög két képével és egy egyenes első képe. Szerkesszük meg az egyenes axonometrikus képét úgy, hogy az egyenes a háromszög síkjára illeszkedjen!

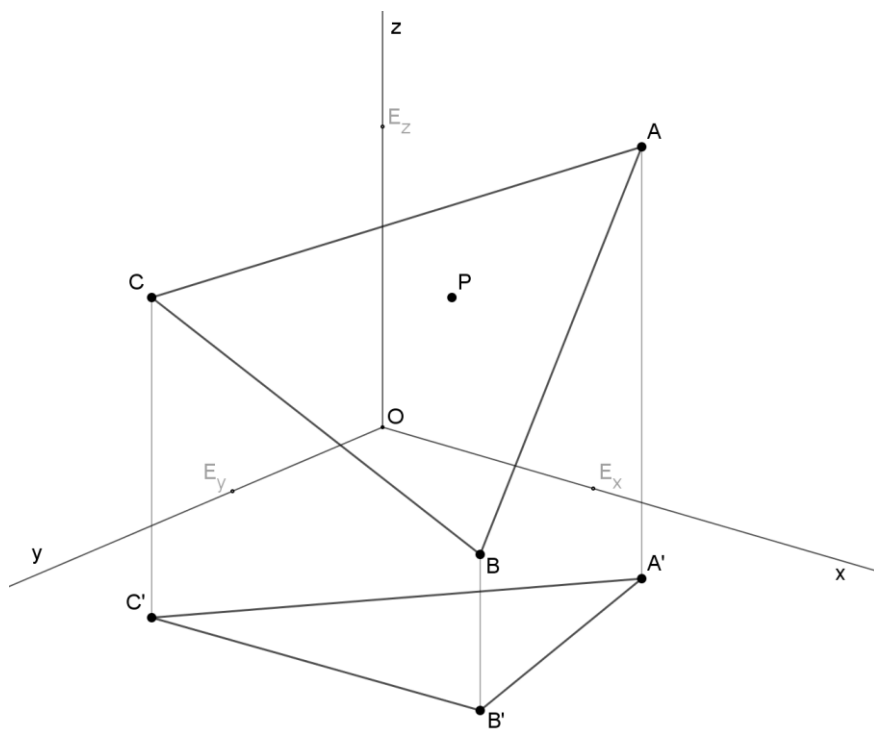


Pont síkra illesztése

Axonometriában adott egy sík nyomvonalával és egy pont axonometrikus képe. Szerkesszük meg a pont első képét úgy, hogy a pont a síkra illeszkedjen!



Axonometriában adott egy háromszög két képével és egy pont axonometrikus képe. Szerkesszük meg a pont első képét úgy, hogy a pont a háromszög síkjára illeszkedjen!

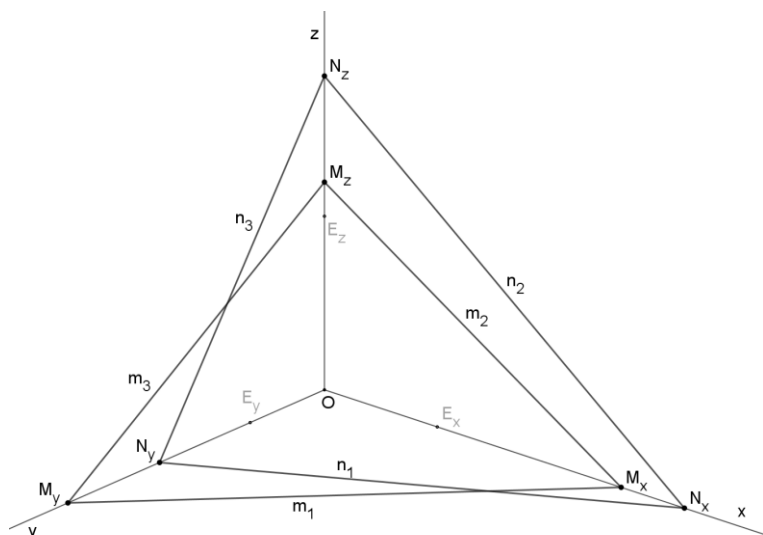


12. Alapvető szerkesztések axonometriában. Frontális axonometria

Alapvető szerkesztések axonometriában

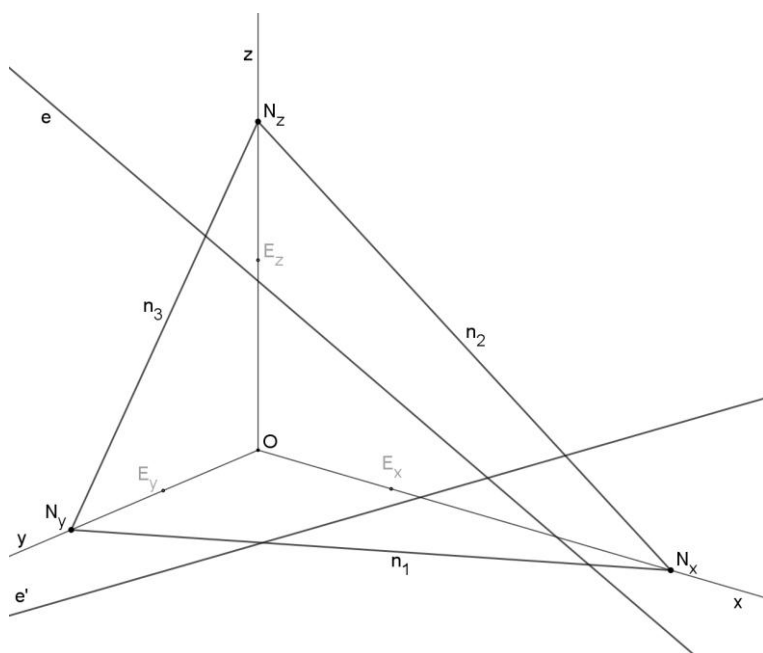
Két sík metszésvonala

Adott két sík nyomháromszögeikkel axonometriában. Szerkesszük meg a két sík metszésvonalát!

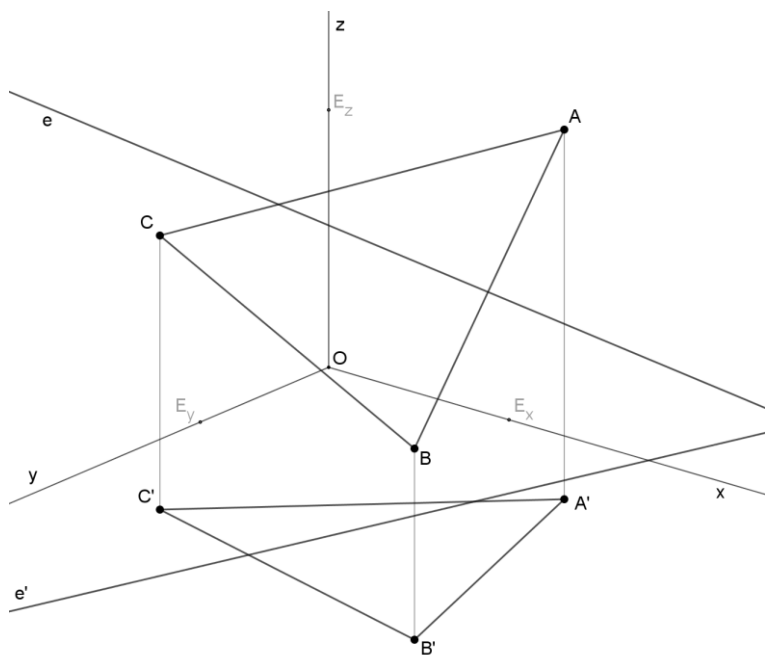


Sík és egyenes metszéspontja

Adott egy sík nyomháromszögével és egy egyenes axonometrikus és első képével axonometriában. Szerkesszük meg a sík és az egyenes metszéspontját!

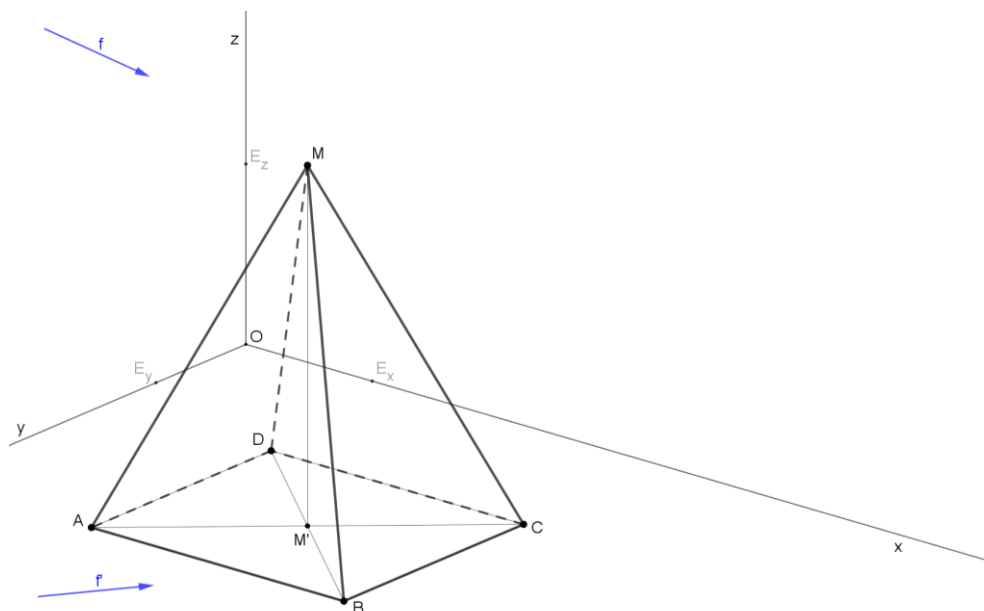


Adott egy háromszög és egy egyenes axonometrikus és első képeikkel axonometriában. Szerkesszük meg a háromszög és az egyenes metszéspontját!



Egy árnyékszerkesztési feladat

Adott egy, az $[x,y]$ koordinátasíkon álló egyenes gúla, továbbá egy fénysugárirány axonometrikus és első képeikkel. Szerkesszük meg a gúla összes árnyékát!



Speciális axonometriák

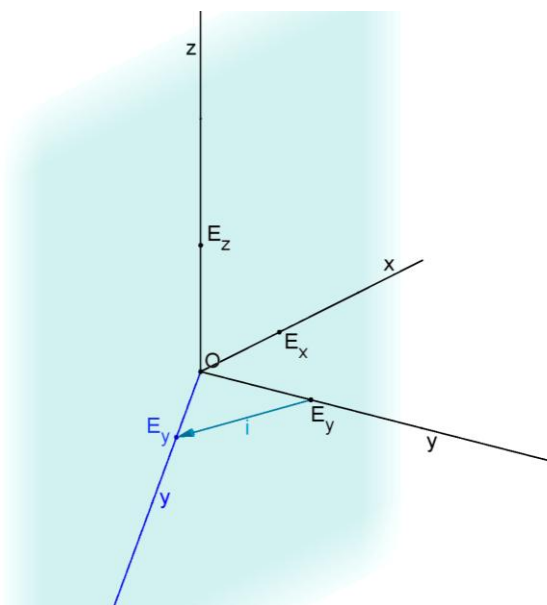
Ha nincs semmiféle speciális vetítési irány, képsík vagy rövidülés, akkor *szabad axonometriában* dolgozunk.

Ferde axonometria

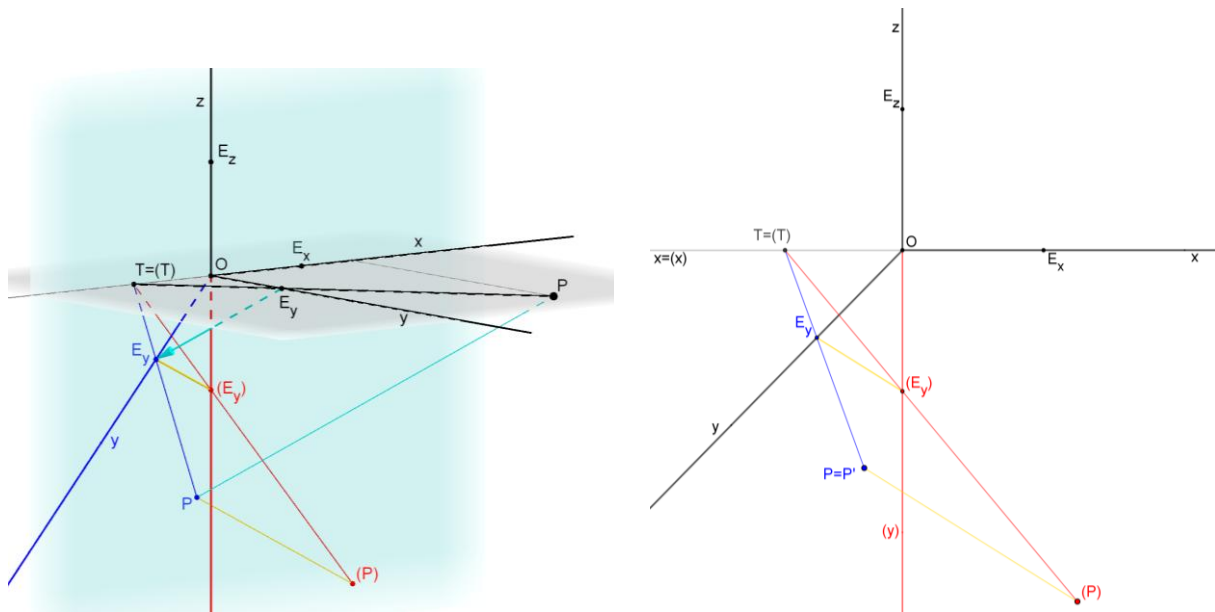
- frontális axonometria
- madárvetület
- műszaki tengelykereszt

Merőleges axonometria (részletesen ld. később):

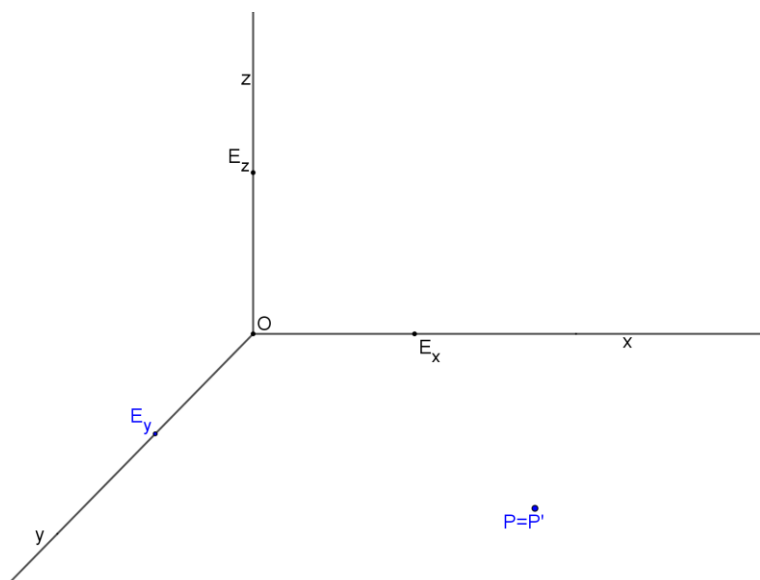
Frontális axonometria



Az $[x,y]$ koordinátasík leforgatása

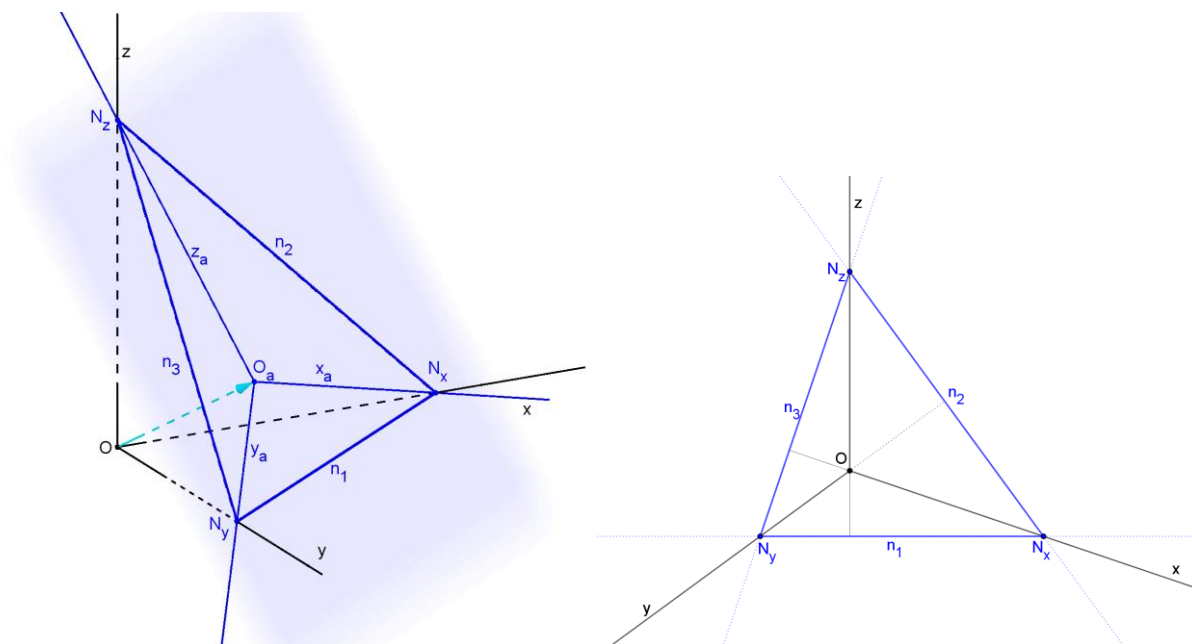


Adott egy $[x,y]$ -beli P pont frontális axonometriában. Forgassuk le ezt a pontot a képsíkba!



13. Merőleges axonometria

A merőleges axonometria rendszere

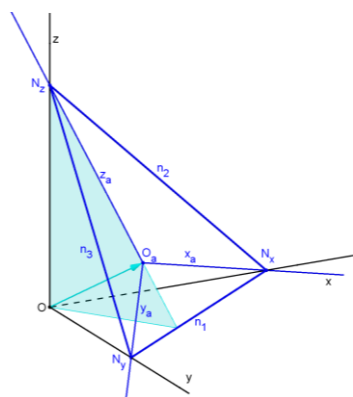


Tengelykereszt felvétele merőleges axonometriában

A nyomháromszög mindig hegyesszögű.

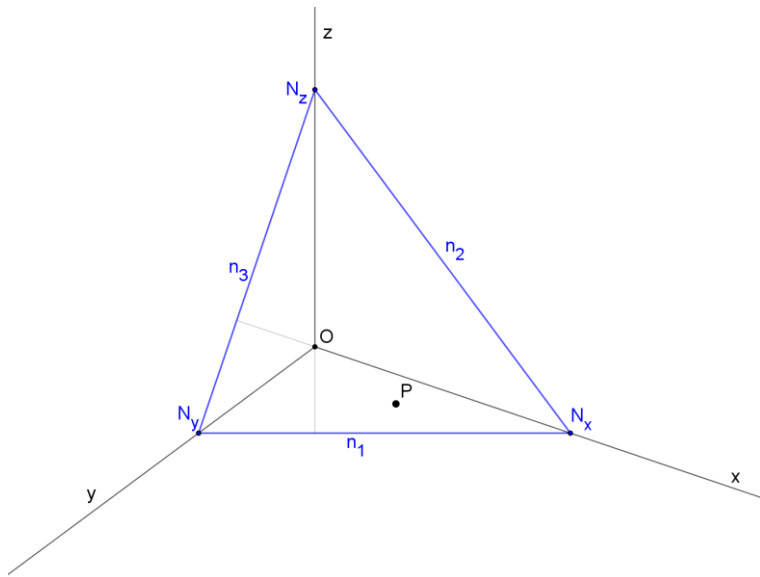
A nyomháromszög magasságvonalai a tengelyek axonometrikus képei, a nyomháromszög magasságpontja az origó axonometrikus képe.

Igazolás pl. a z tengelyre:

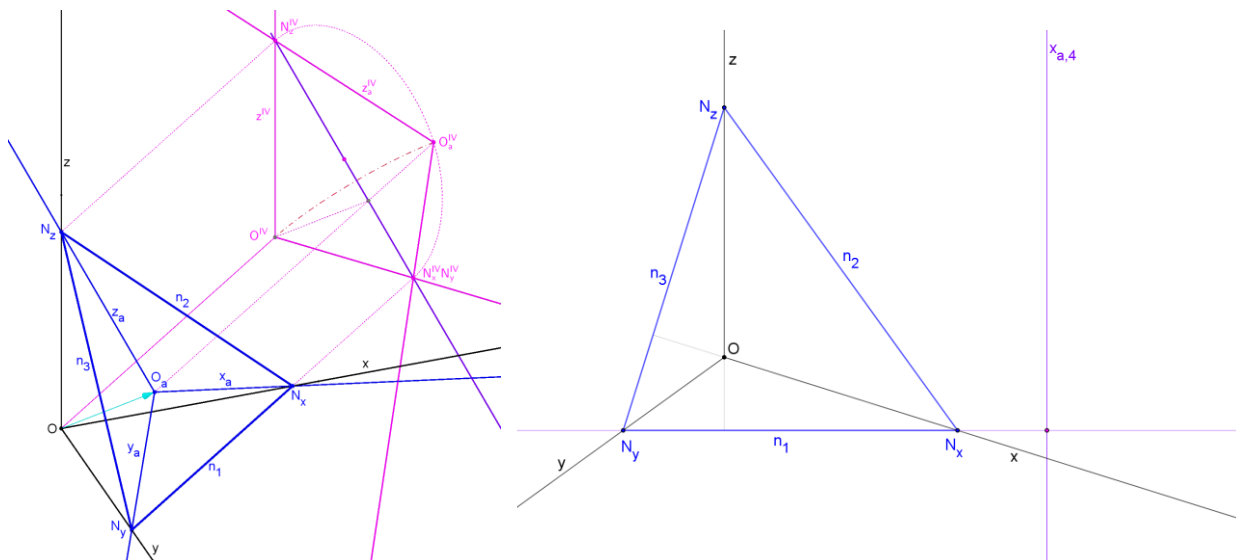


$$\left. \begin{array}{l} z \perp [x, y] \Rightarrow z \perp n_1 \\ \overrightarrow{OO_a} \perp K \Rightarrow \overrightarrow{OO_a} \perp n_1 \end{array} \right\} \Rightarrow n_1 \perp [z, \overrightarrow{OO_a}] \Rightarrow n_1 \perp \overrightarrow{O_a N_z} = z_a$$

Adott egy merőleges axonometria tengelykeresztjével és nyomháromszögével, valamint egy $[x,y]$ -beli P pont. Határozzuk meg a P pont leforgatott képét!

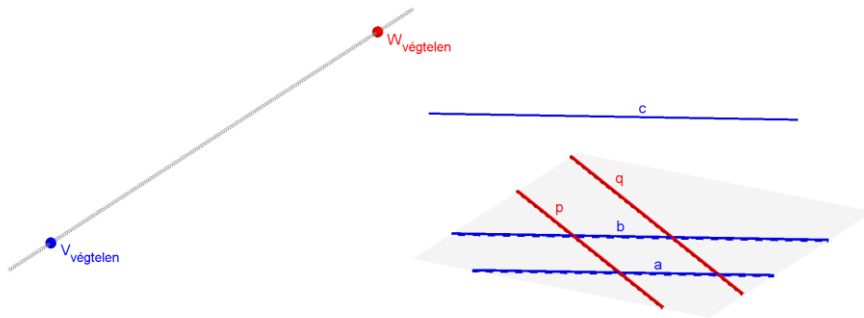


A IV. képsík bevezetése

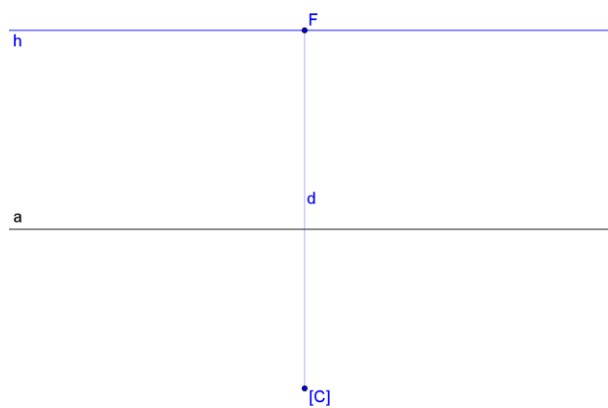
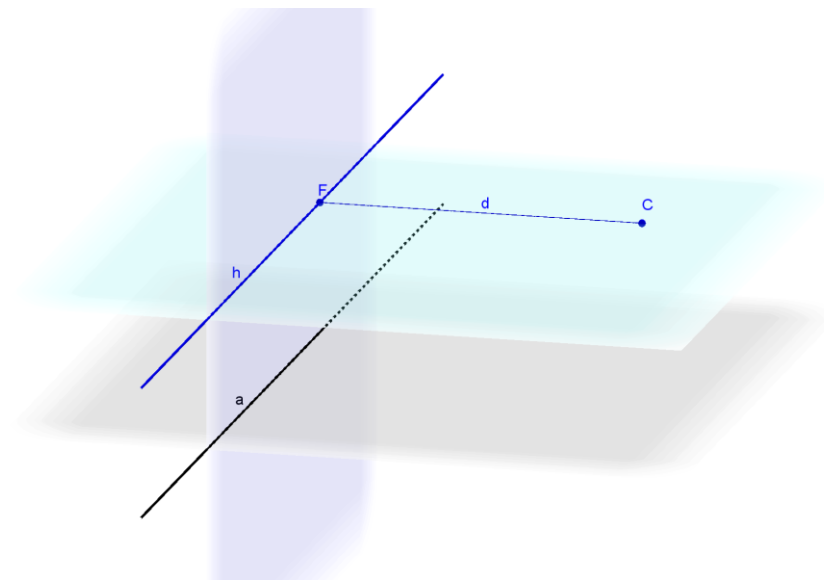


14. A perspektíva alapjai

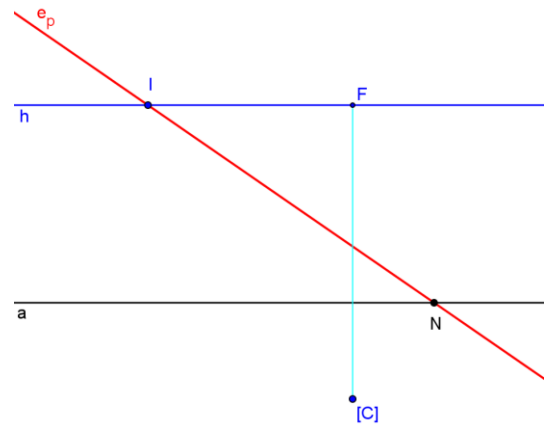
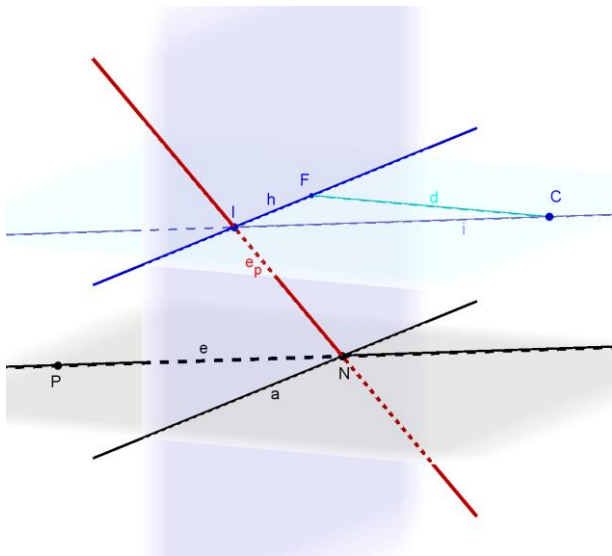
Végtelen távoli térelemek



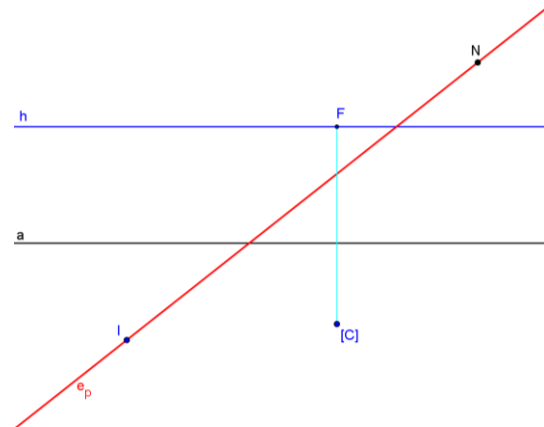
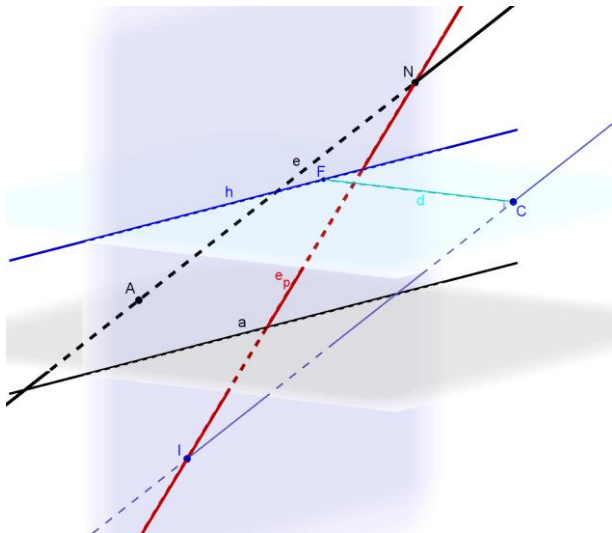
Az álló képsíkos perspektíva rendszere



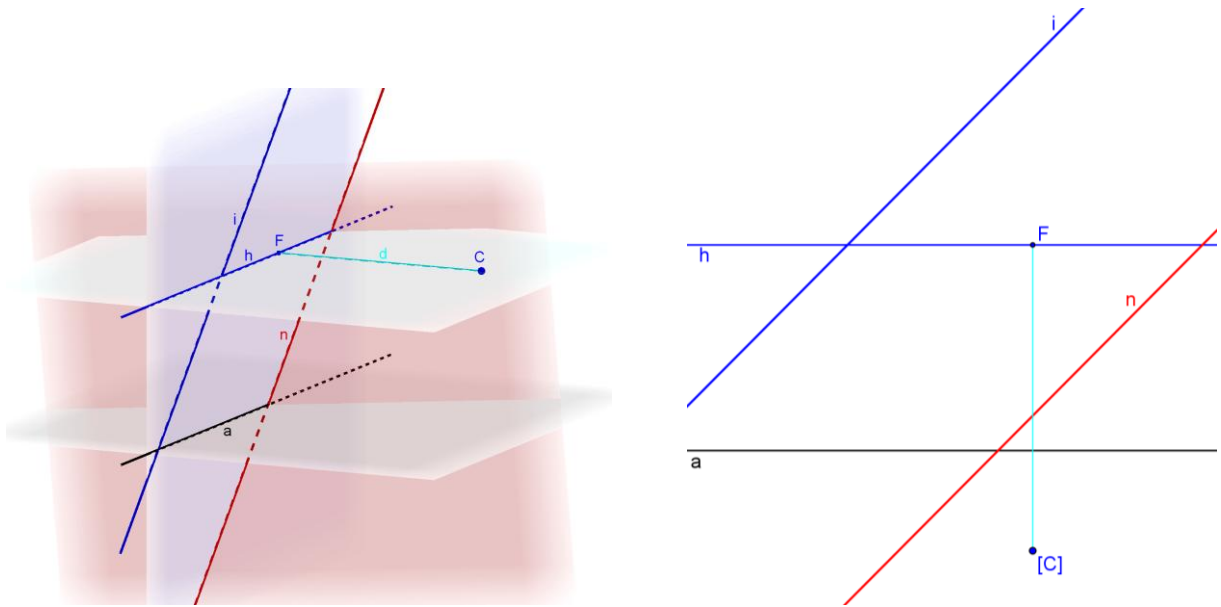
Alapsíkbeli egyenes képe



Tetszőleges egyenes ábrázolása



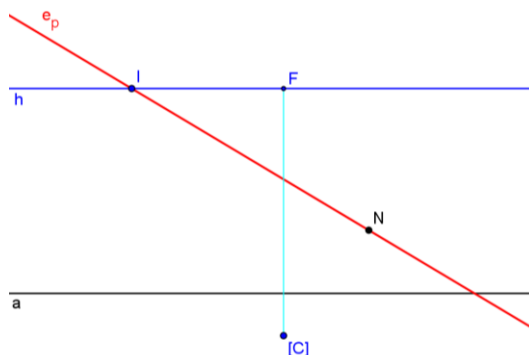
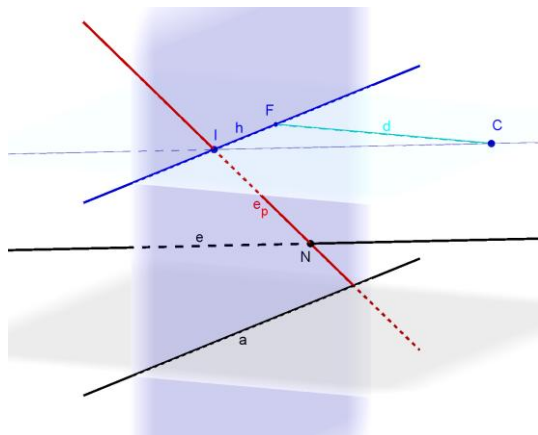
Tetszőleges sík ábrázolása



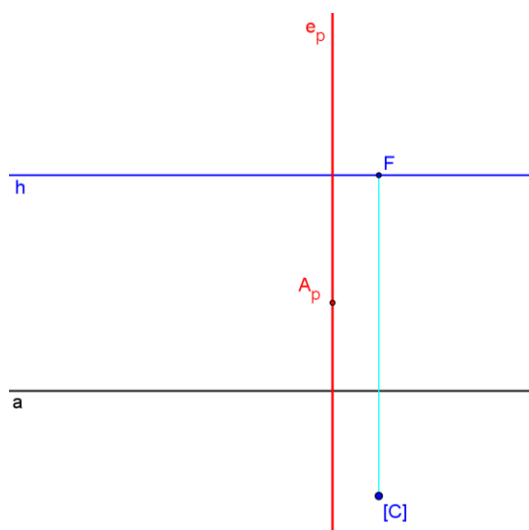
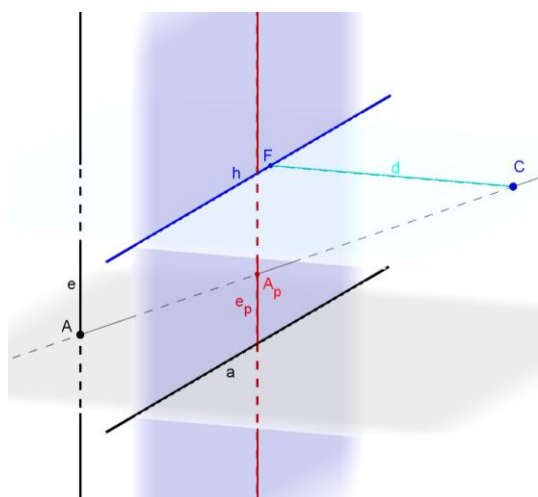
15. Alapvető szerkesztések perspektívában

Speciális helyzetű egyenesek

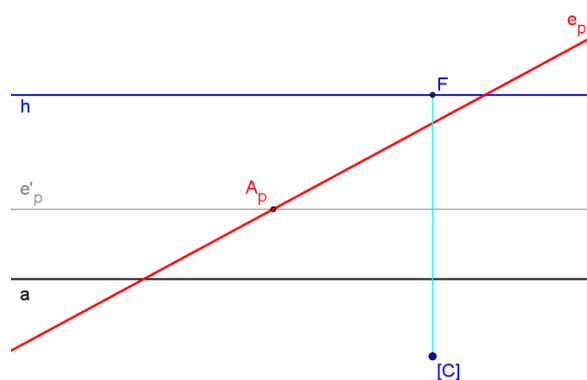
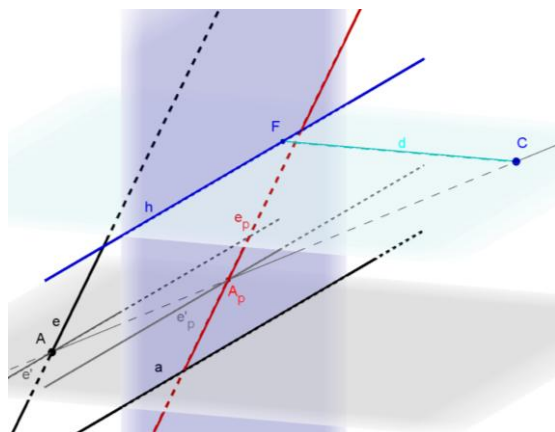
Alapsíkkal párhuzamos egyenes



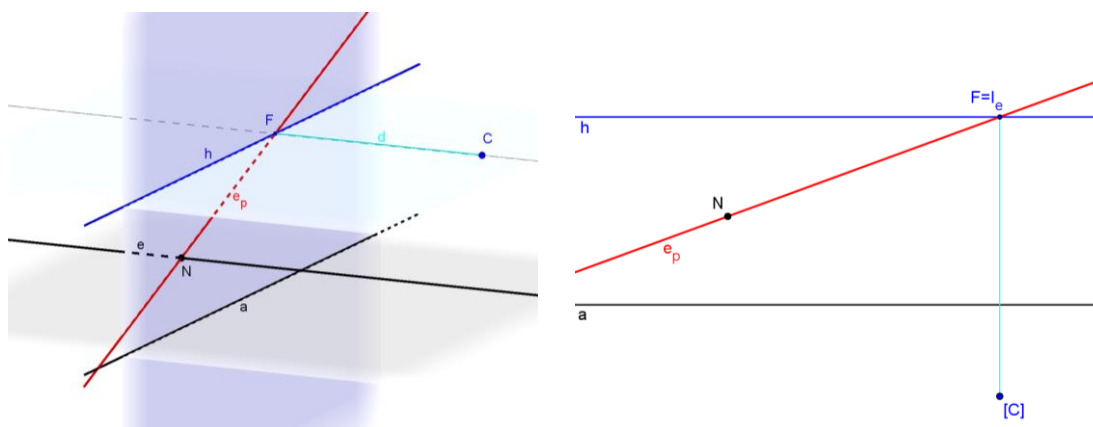
Alapsíkra merőleges egyenes



Képsíkkal párhuzamos egyenes

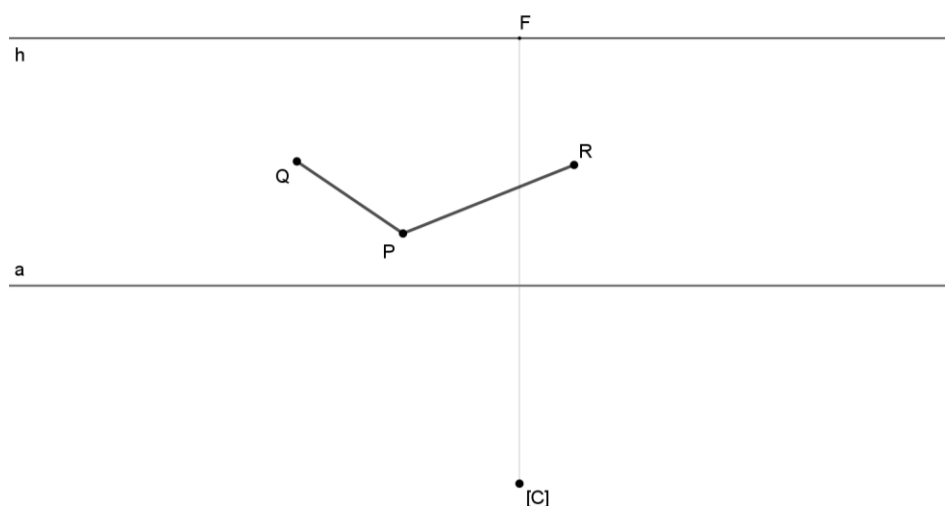


Képsíkra merőleges egyenes

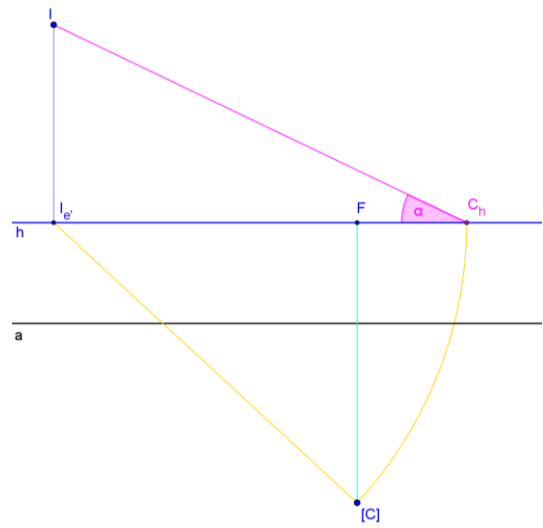
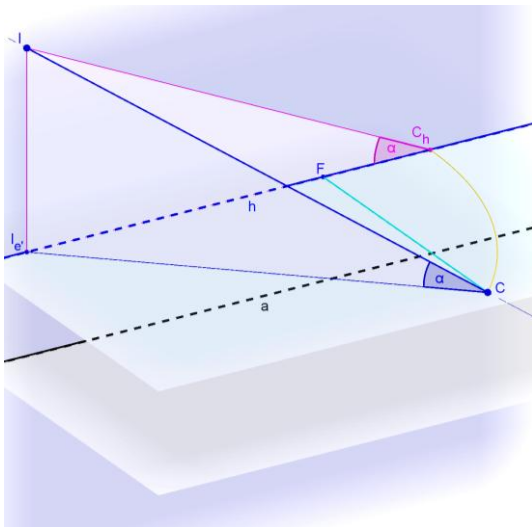


Alapsíkbeli paralelogramma szerkesztése

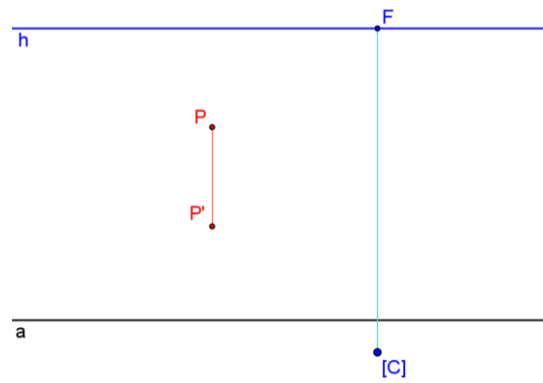
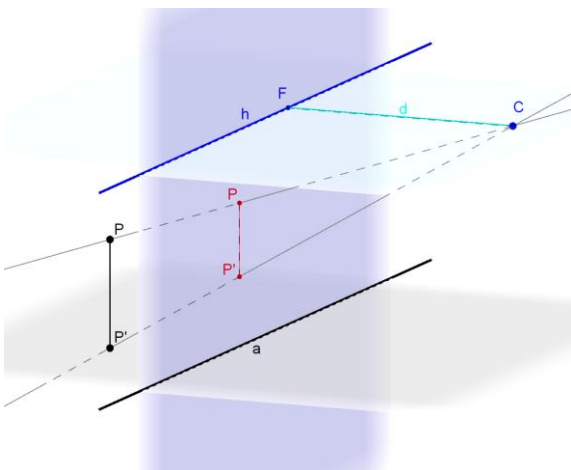
Adott a perspektíva rendszere alapvonallal, horizontvonallal és a centrum forgatott képével. Ismertek az alapsíkban lévő P, Q és R pontok perspektív képei. Szerkesszünk egy alapsíkbeli paralelogrammát az adott pontok felhasználásával!



Tetszőleges egyenes alapsíkkal bezárt szöge

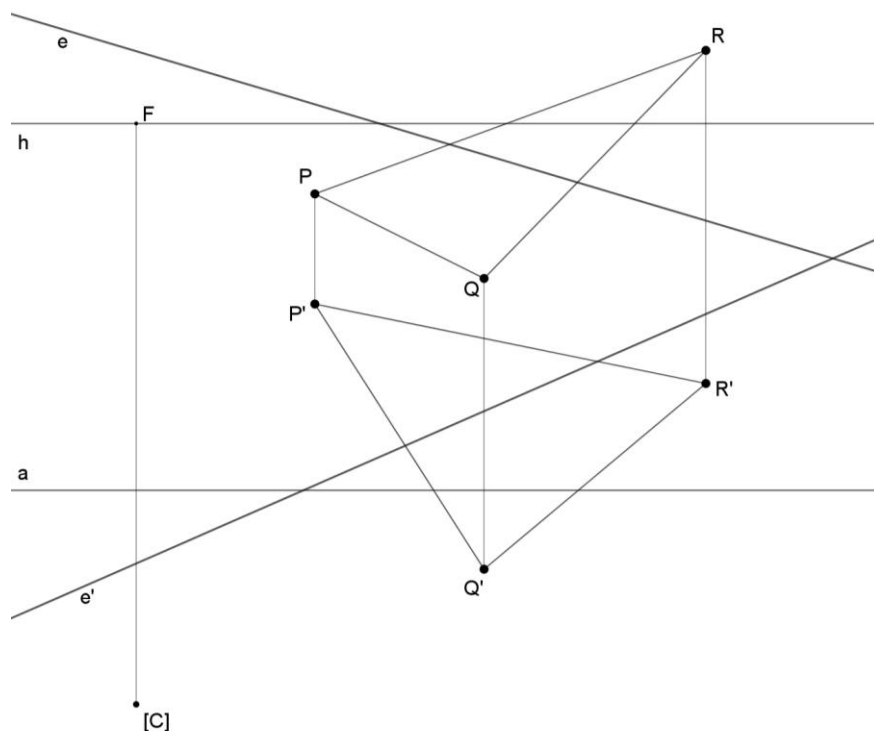


Pont ábrázolása perspektívában

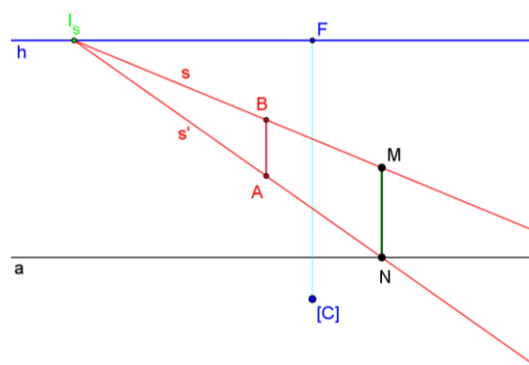
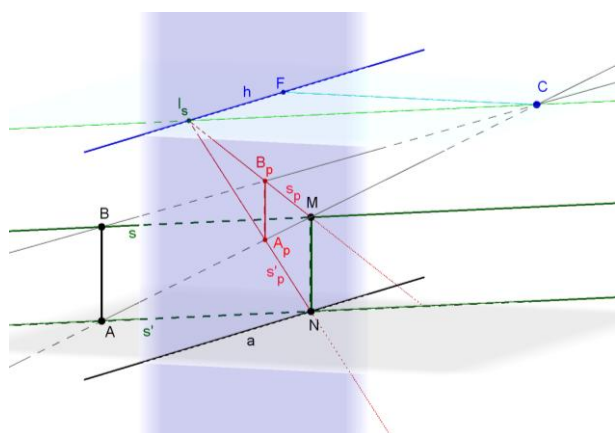


Háromszög és egyenes dőféspontja

Adott a perspektíva rendszere, abban egy PQR háromszög és egy e egyenes perspektív, valamint az alapsíkra eső merőleges vetületeik perspektív képeivel. Szerkesszük meg a háromszög és az egyenes dőféspontját!

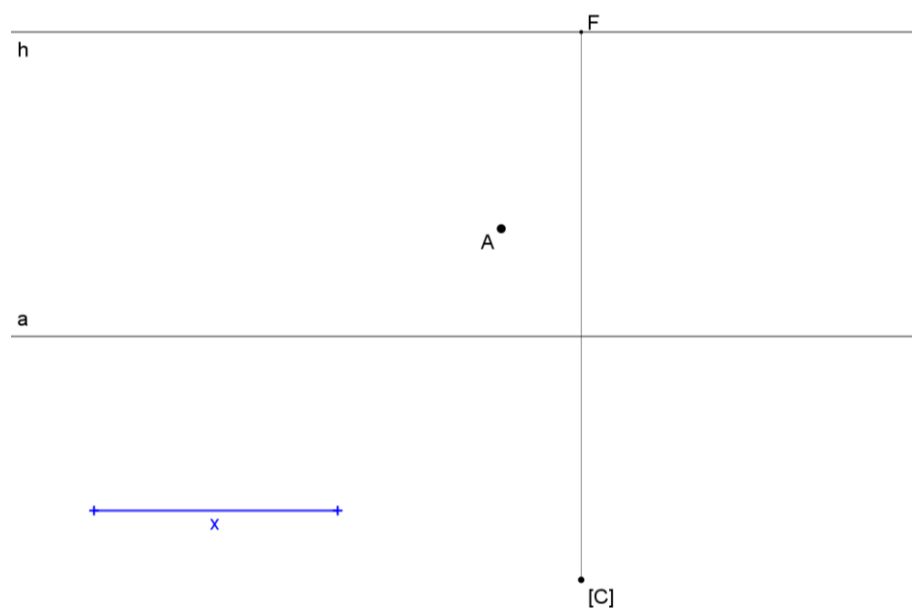


Függőleges szakasz valódi hossza

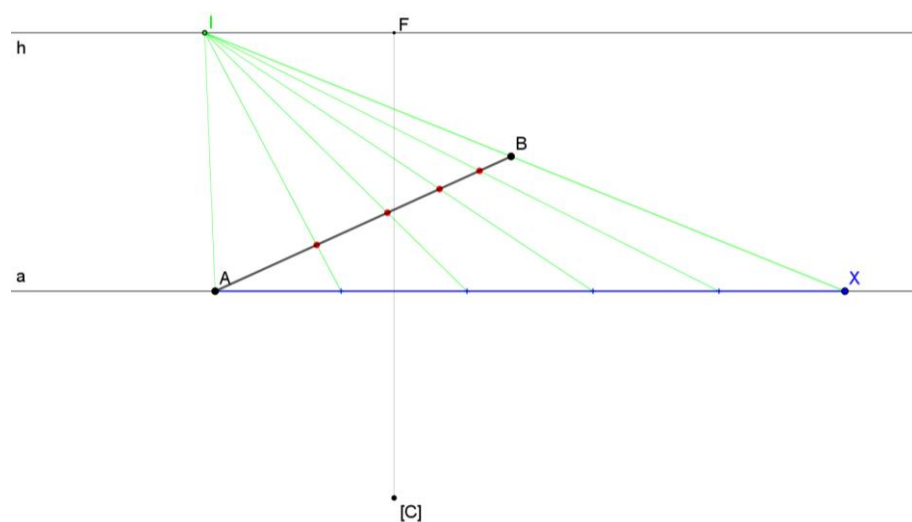


Magasság felmérése függőleges egyenesre

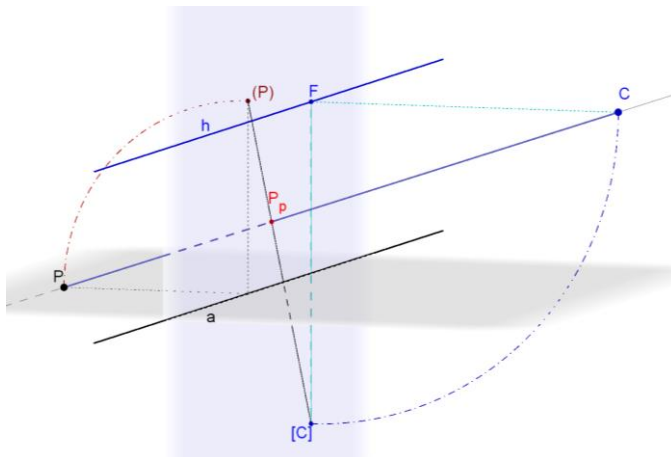
Adott egy álló képsíkos perspektívában egy alapsíkbeli A pont és egy x távolság. Adjunk meg egy olyan x hosszúságú szakaszt, amelynek egyik végpontja az A pont és a szakasz merőleges az alapsíkra!



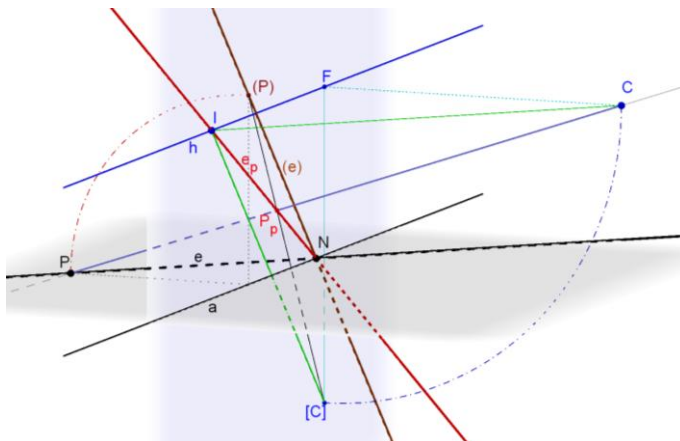
Alapsíkbeli szakasz egyenlő részre osztása



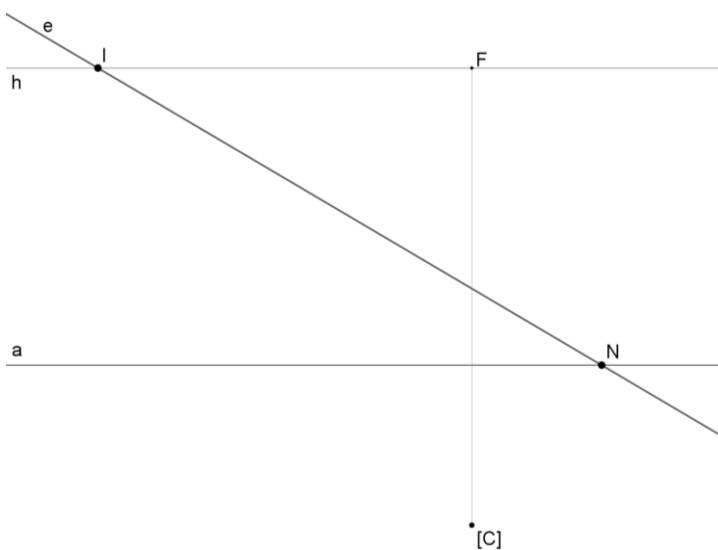
Alapsík képsíkba forgatása



Alapsíkbeli egyenes leforgatása

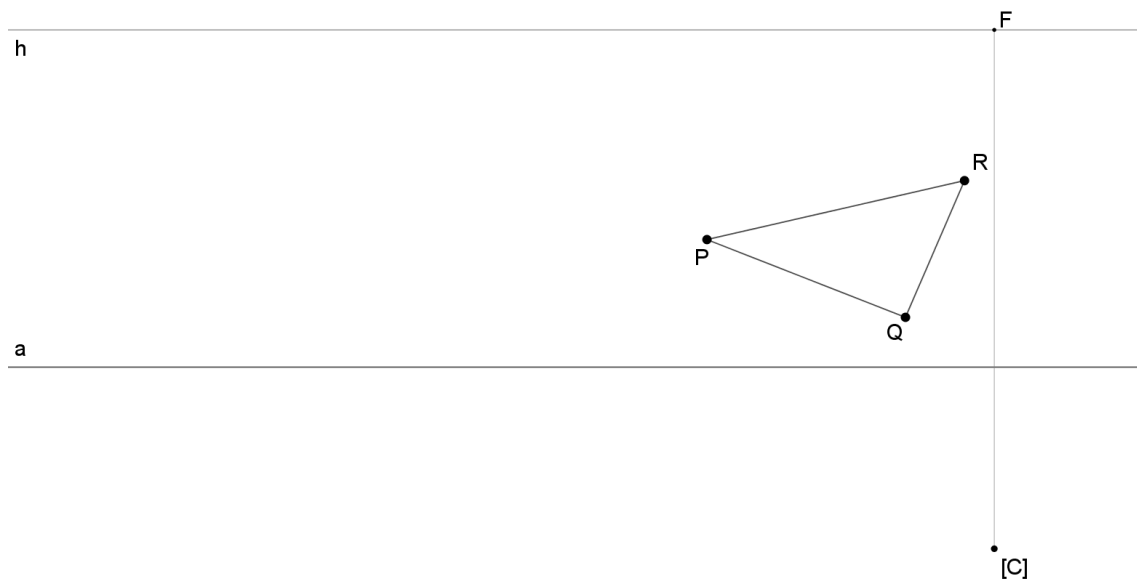


Perspektívában adott egy alapsíkbeli egyenes nyom- és iránypontjával. Forgassuk le az egyenest a képsíkba!



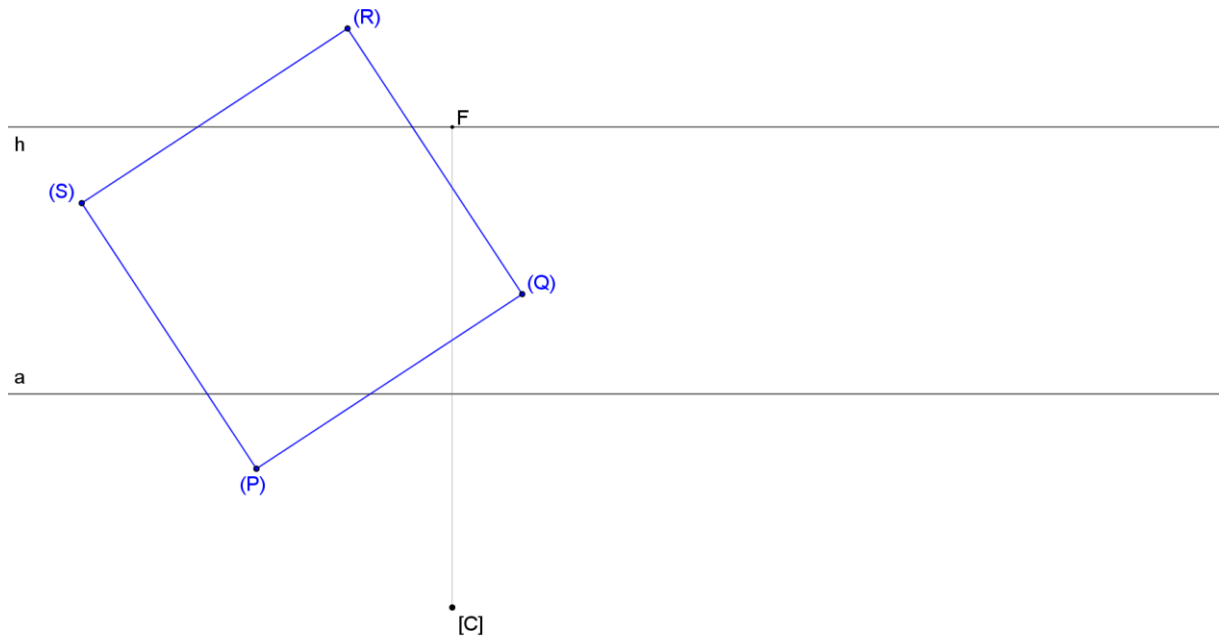
Gyakorló feladat: Alapsíkbeli háromszög valódi nagysága

Perspektívában adott egy alapsíkbeli PQR háromszög. Leforgatással határozzuk meg a valódi nagyságát!



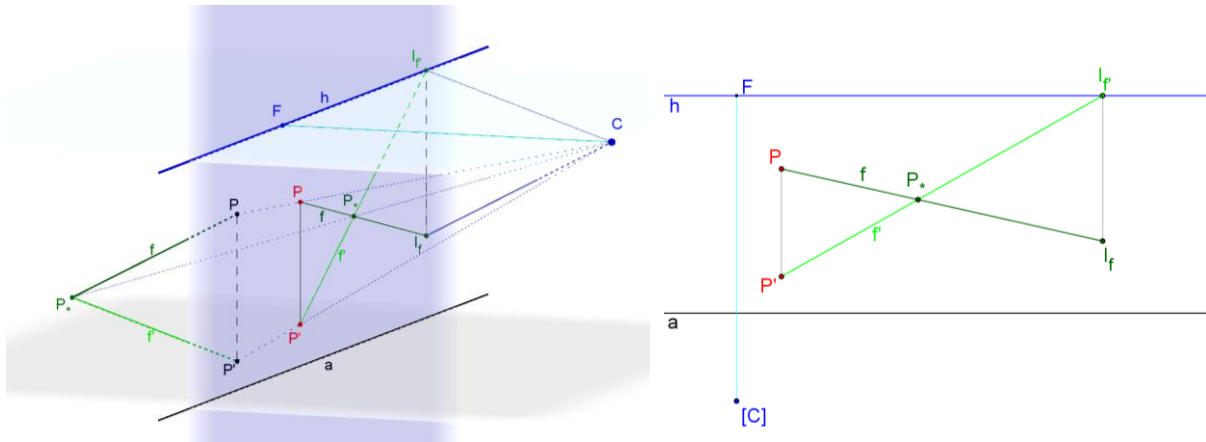
Alapsíkbeli négyzet szerkesztése

Perspektívában adott egy alapsíkbeli PQRS négyzet leforgatott képe. Szerkesszük meg a négyzet perspektív képét!

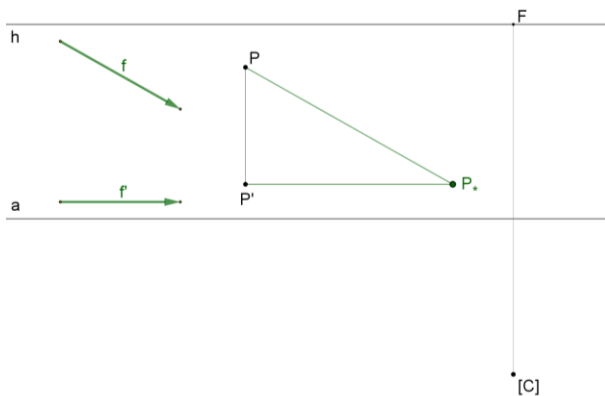


16. Árnyékszerkesztés perspektívában

Pont árnyéka

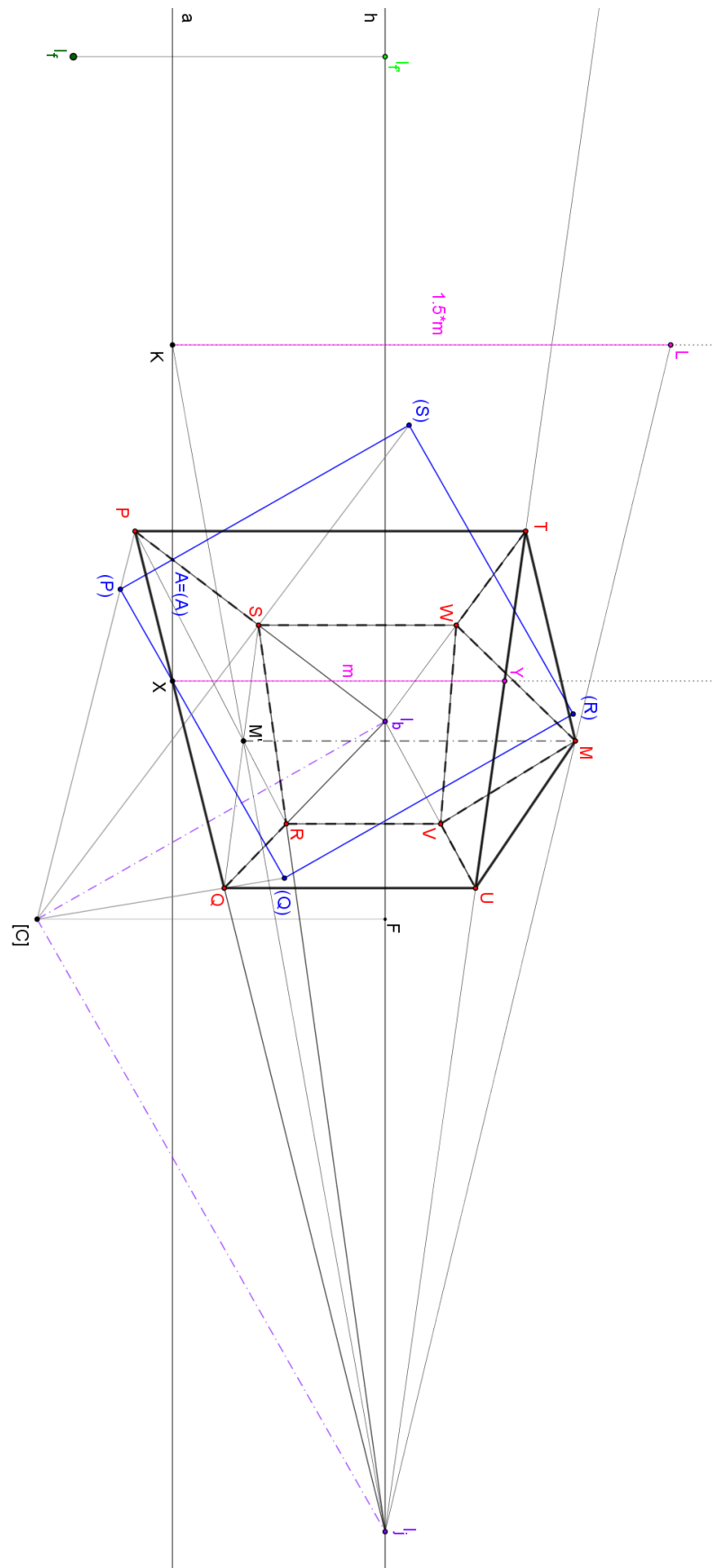


Ha a fénysugár a képsíkkal párhuzamos:



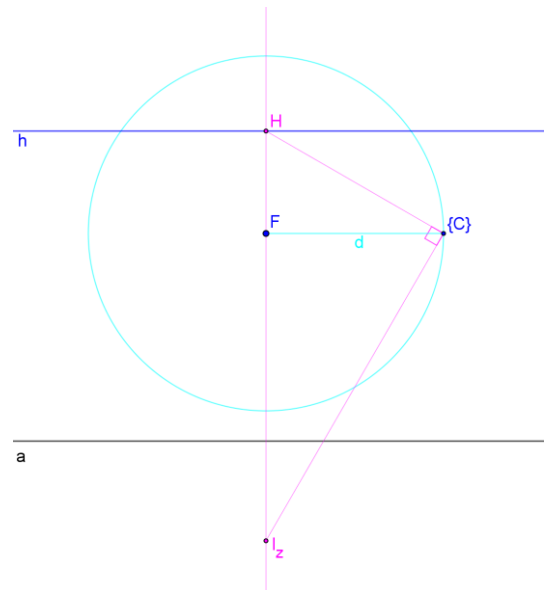
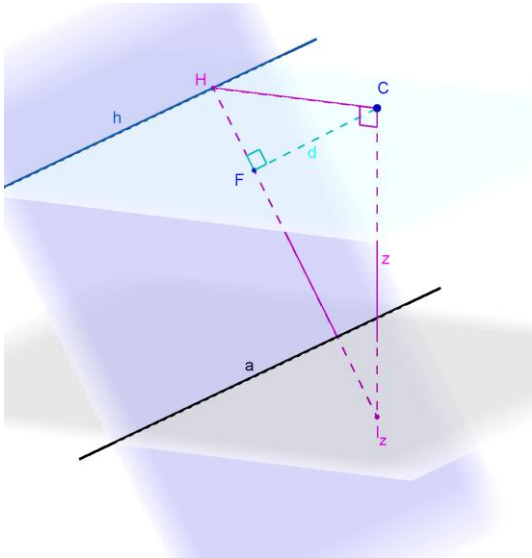


Előkészített ábra

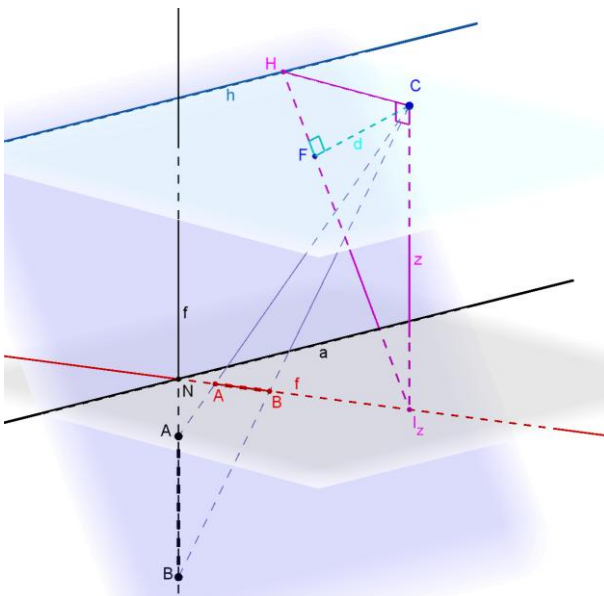


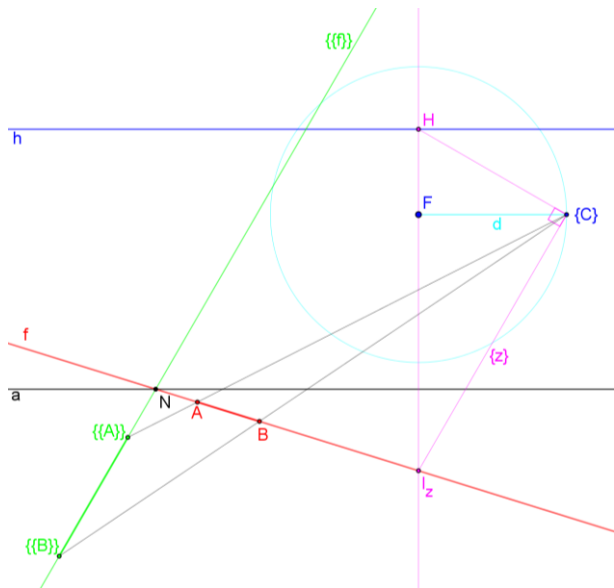
17. Dőlt képsíkos perspektíva

A rendszer felépítése

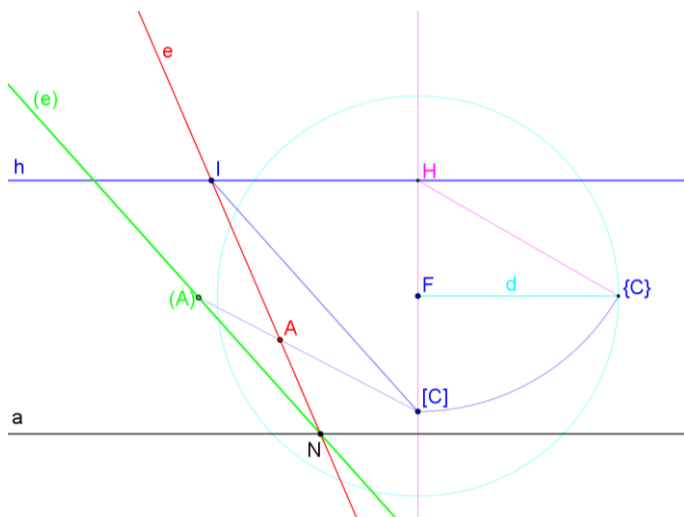
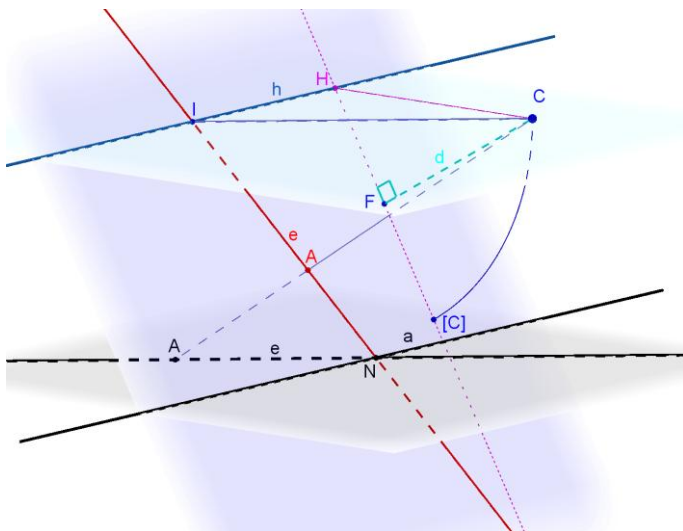


Függőleges szakasz valódi hossza



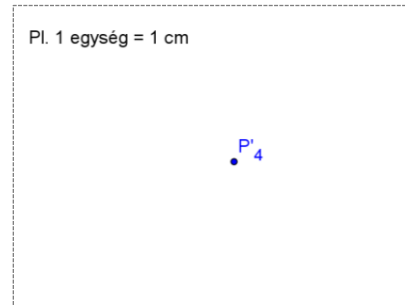
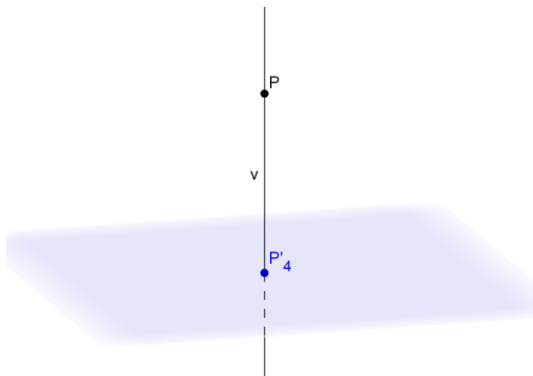


Alapsík leforgatása

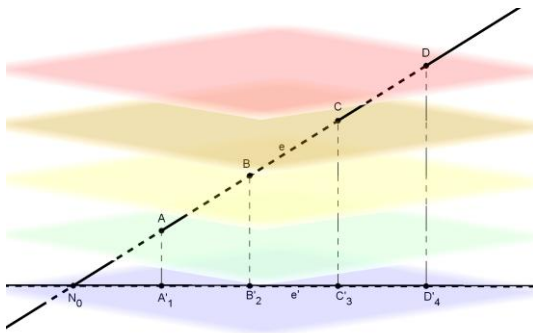


18. Kötés ábrázolás

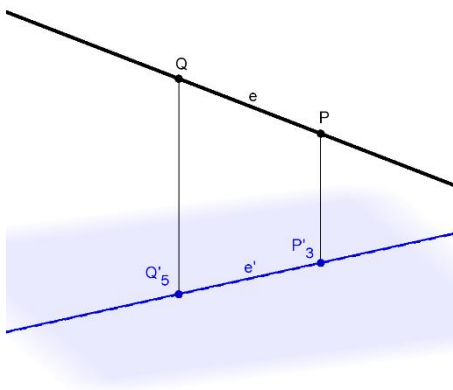
A rendszer felépítése



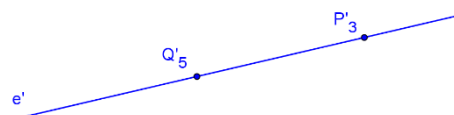
Szintsíkok



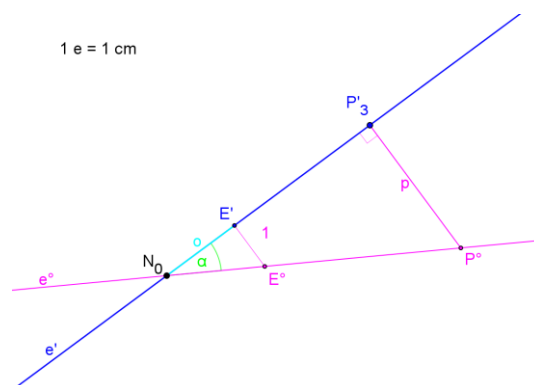
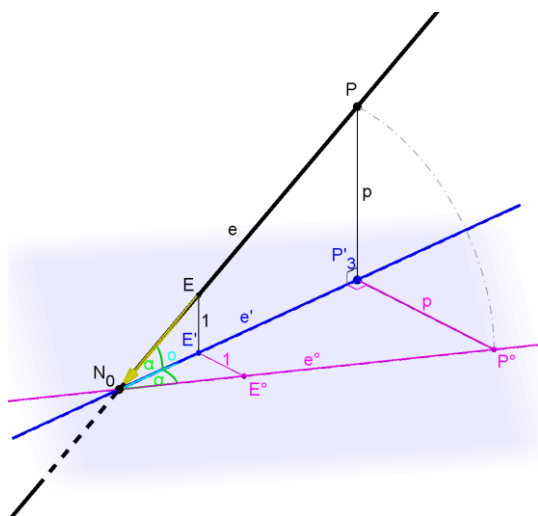
Egyenes ábrázolása



1 egység = 1 cm



Egyenes jellemző adatai



képsíkszög (α):

osztóköz (o):

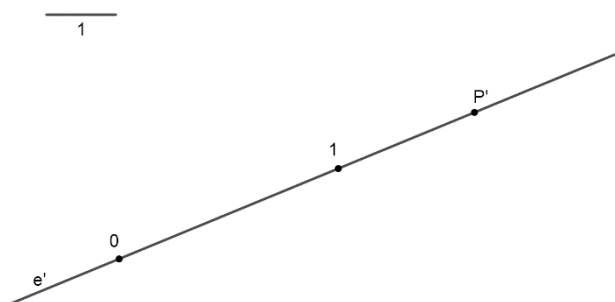
lejtés (l):

rézsű (r):

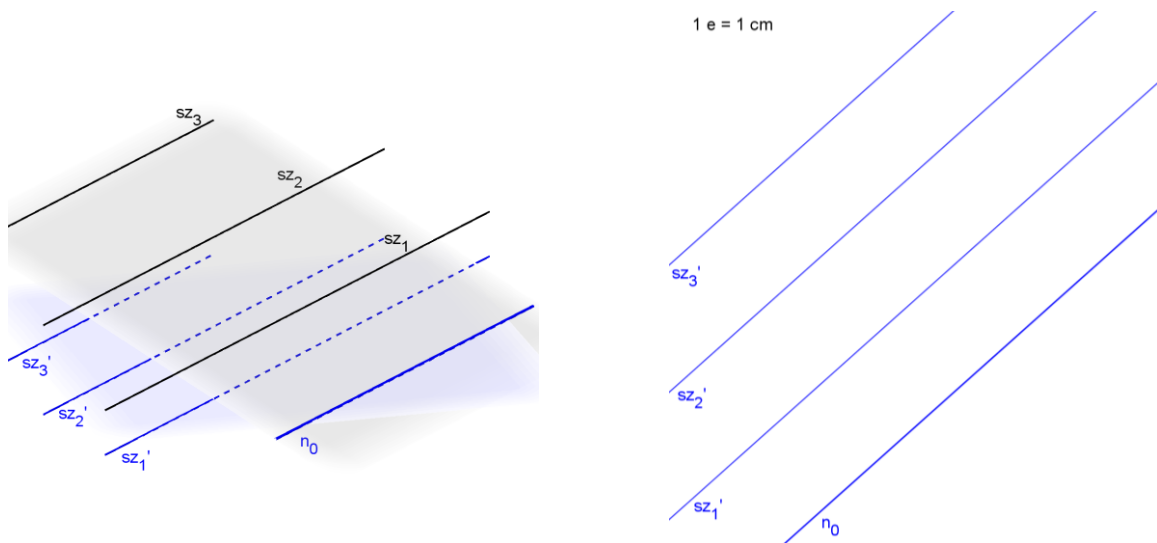
Graduálás:

Egyenes újabb pontjának meghatározása

Kötés ábrázolásban adott egy egyenes graduált képével és azon egy P' pont. Határozzuk meg a P pont kótáját úgy, hogy a P az egyenesre illeszkedjen!



Sík ábrázolása



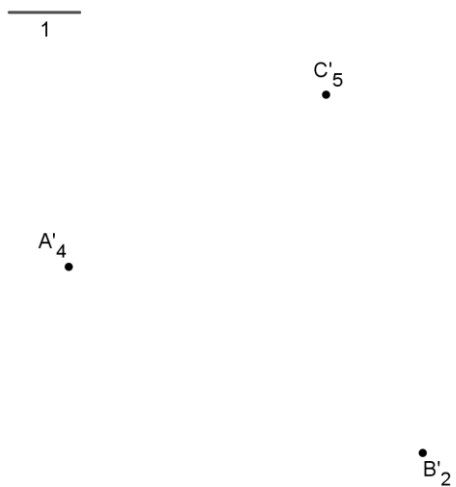
szintvonalak:

graduált esésvonal:

osztóköz:

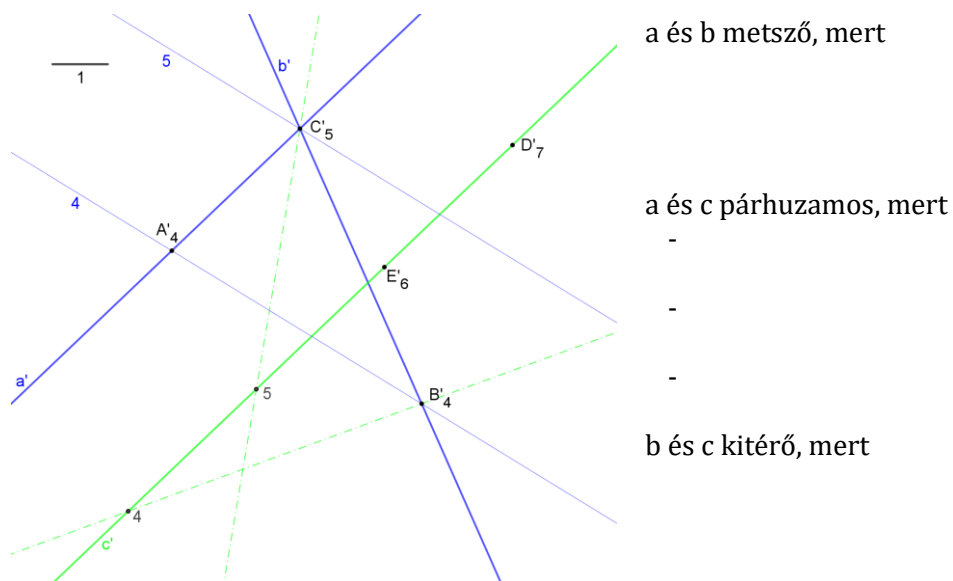
Sík szintvonalainak meghatározása

Kötés ábrázolásban adott három pont. Határozzuk meg a pontok síkjának legalább két szintvonalát!



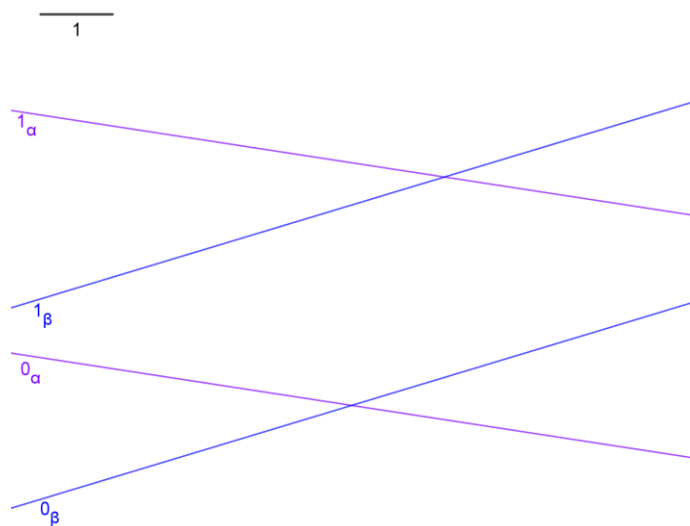
Alapvető kölcsönös helyzetek

Egyenesek kölcsönös helyzetei



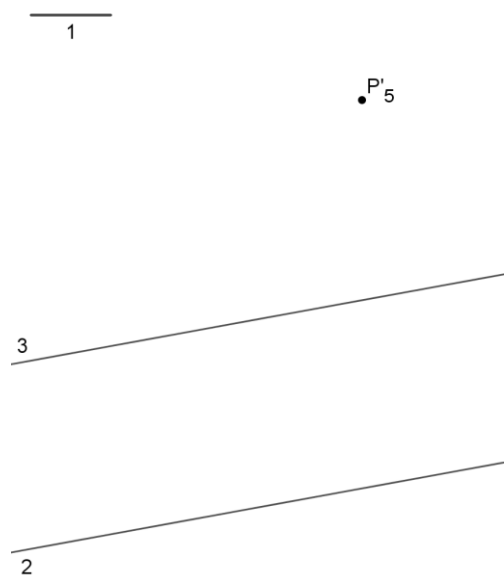
Két sík metszésvonala

Adott két sík szintvonalaiakkal kótás ábrázolásban. Szerkesszük meg a síkok metszésvonalát!

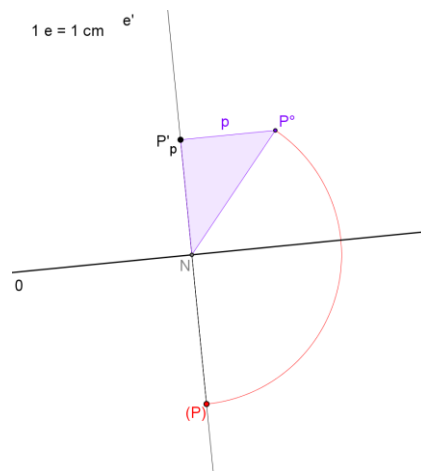
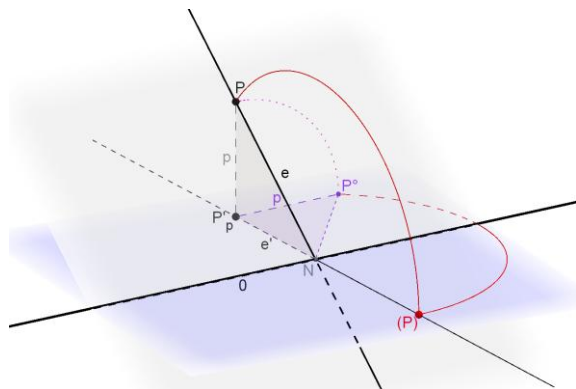


Síkra merőleges egyenes szerkesztése

Kötés ábrázolásban adott egy sík szintvonalával és egy P pont. Szerkesszük meg a P-ből a síkra állítható merőleges egyenes graduált képét!

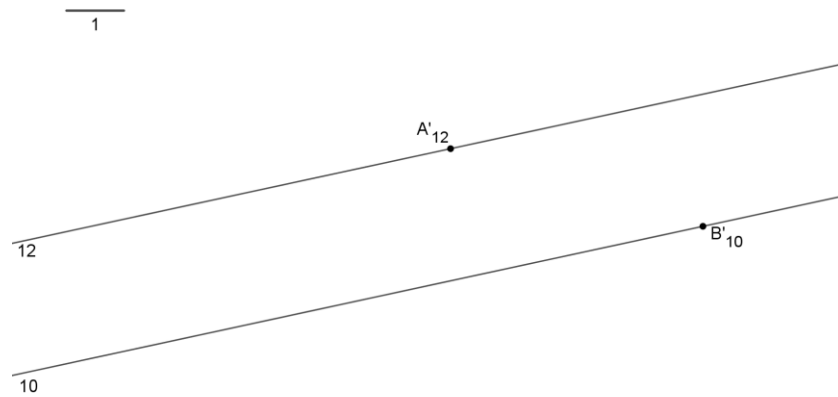


Sík képsíkba forgatása



Síkbeli szabályos háromszög szerkesztése

Kötés ábrázolásban adott egy sík szintvonalával, továbbá ismertek a síkbeli A és B pontok. Szerkesszünk a síkban egy olyan szabályos háromszöget, amelynek egyik oldala az AB szakasz!



19. Terepfeladatok alapjai (gyakorlati anyag)

Egyenes lejtője és rézsűje

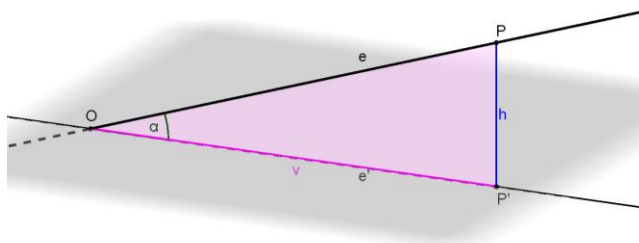
$$\text{lejtő/lejtés: } l = \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{v}$$

A lejtés megadása százalékos formában:

$$p = 100 \cdot l \%$$

$$\text{rézsű: } r = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{v}{h} = \frac{1}{l}$$

Ha $h=1$, akkor r éppen az egyenes osztóköze.



Példa: $h=2, v=6$, akkor $l = \frac{1}{3}$, $p=33,3\%$, $r=3$ és $\alpha \approx 18,2629^\circ$

Méretarány

$M = \text{„szakasz rajzi hossza”} : \text{„szakasz valódi hossza”}$

Néhány tipikus példa

$M=1:50$	1 cm 50 cm-nek felel meg	1m rajzi hossza 2 cm
$M=1:100$	1 cm 100 cm-nek felel meg	1m rajzi hossza 1 cm
$M=1:200$	1 cm 200 cm-nek felel meg	1m rajzi hossza 0,5 cm
$M=1:250$	1 cm 250 cm-nek felel meg	1m rajzi hossza 0,4 cm

A méretarány ismeretében bármilyen szakasz rajzi hossza kiszámítható. Ha például $M=1:250$, akkor 3,5 m rajzi hossza: $\frac{1}{250} \cdot 350 = 1,4 \text{ cm}$.

Legfontosabb fogalmak egy terepfelületen

szintvonal:

esésvonal:

csúcspont:

medence- vagy mélypont:

nyeregpon:

gerincvonal:

völgyfenékvonal:

Legfontosabb fogalmak földmunkák esetén

plató:

út koronavonala:

út tengelyvonala:

semleges pont:

semleges vonal:

részűkúp:

részűsík:

részűfelület:

feltöltés:

bevágás:

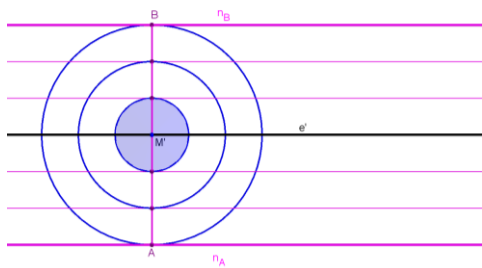
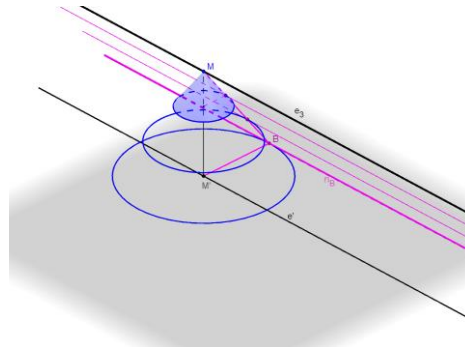
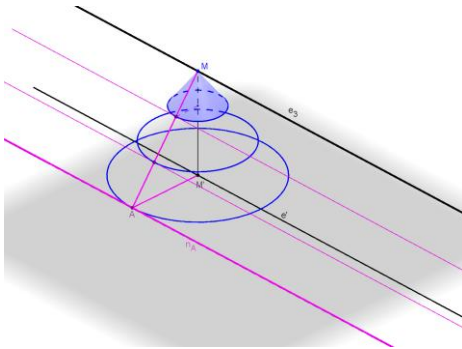
lábvonal:

körömvonal:

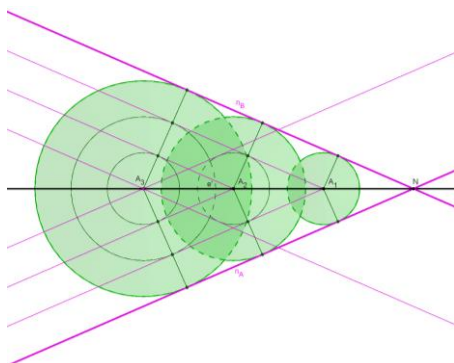
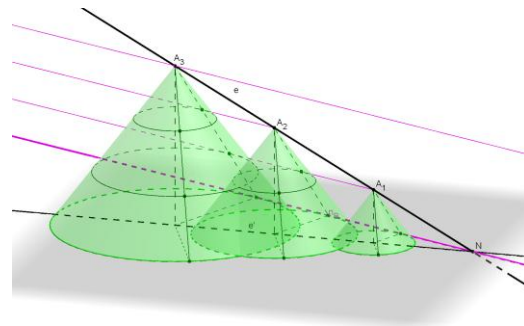
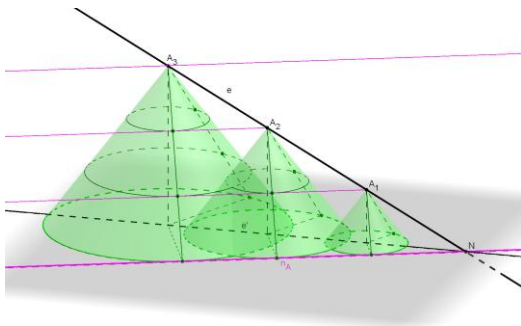
szaruél:

vápa:

Vízszintes egyeneshez tartozó részsűsíkok



Tetszőleges egyeneshez tartozó részsűsíkok

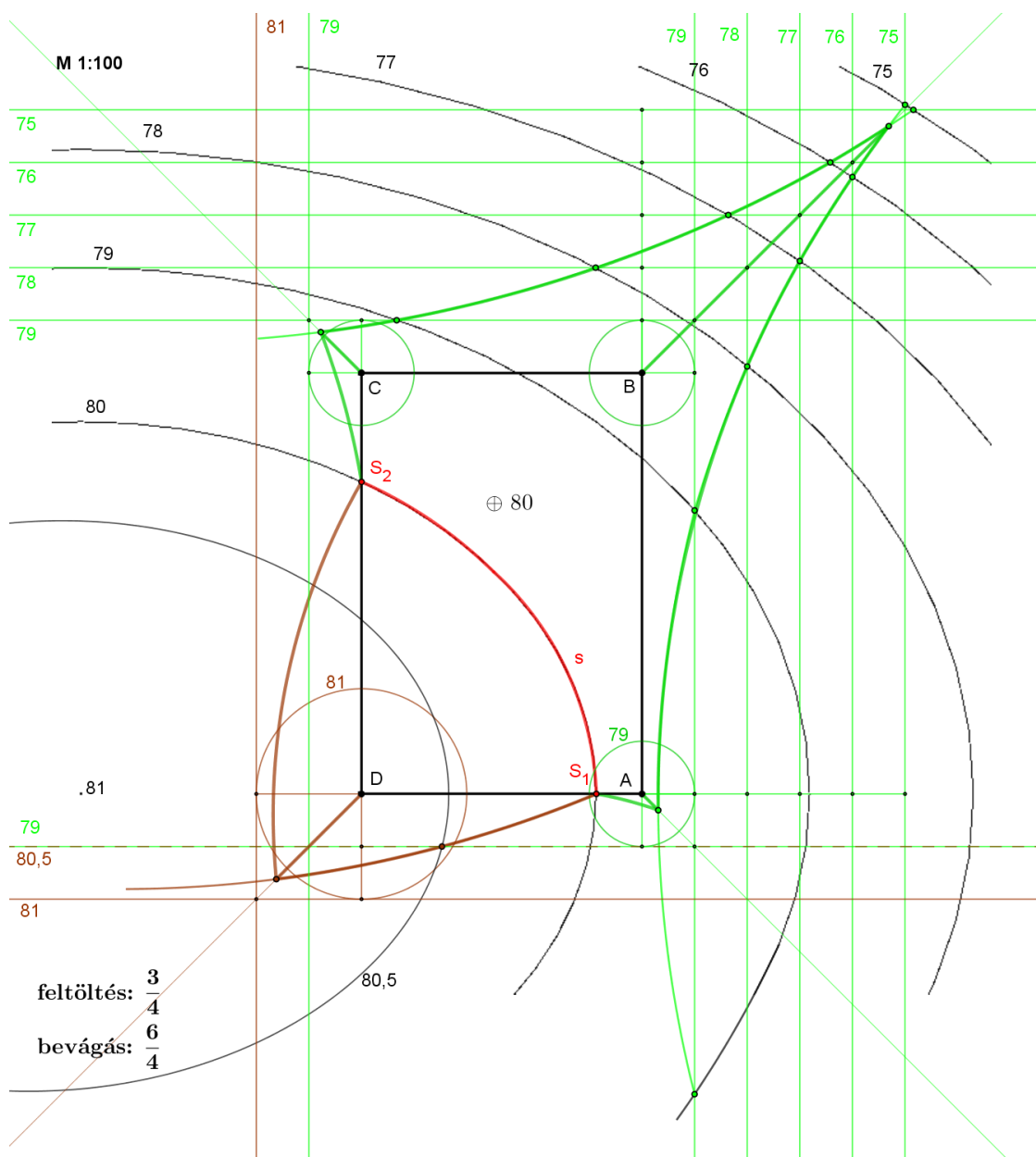
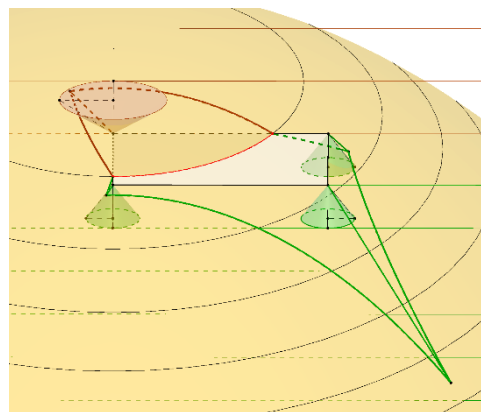


Példa

Ebben a feladatban a feltöltés és a bevágás részsíui nem követik a gyakorlatban szokásos értékeket.

Hagyományos színezés

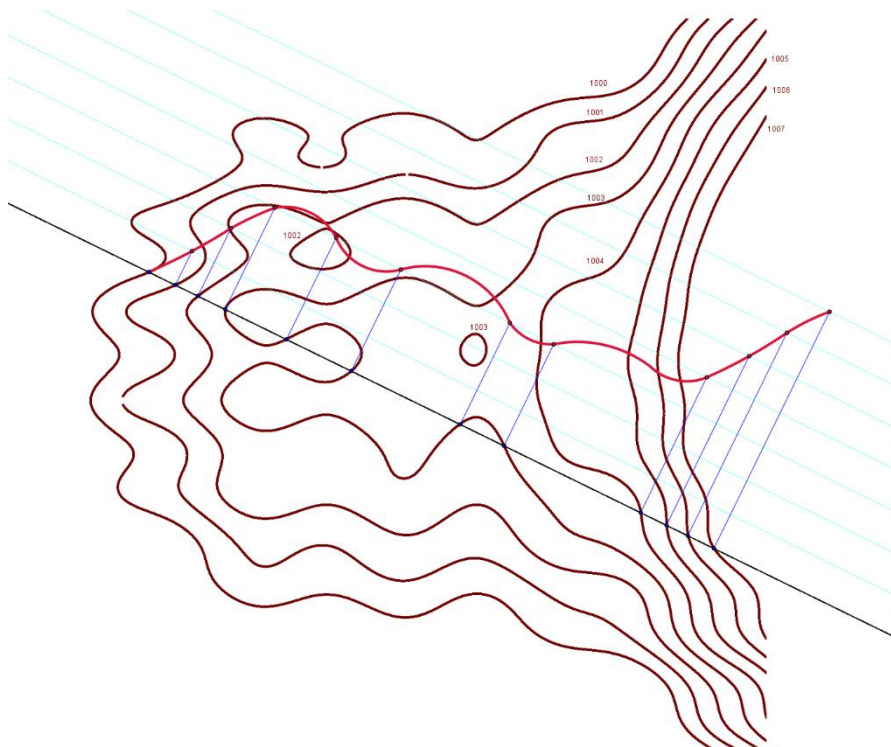
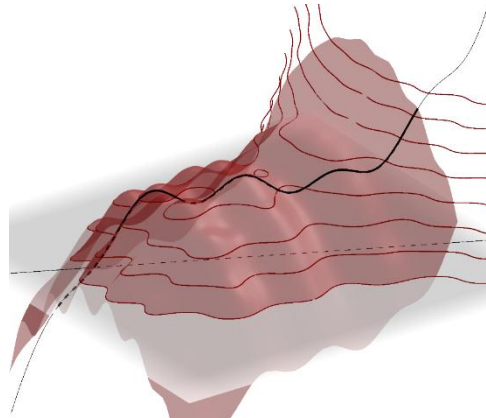
- eredeti terep: világosbarna
- bevágás: sötétbarna
- feltöltés: zöld
- plató, út alapidomai: szürke
- tengelyvonal: piros



Megjegyzés: A plató sarkait gyakran részsűkúppal kerekítjük le. (Erre szép példa a Lőrincz-Petrich tankönyv 484. ábrája a 302. oldalon.)

Terepszelvény

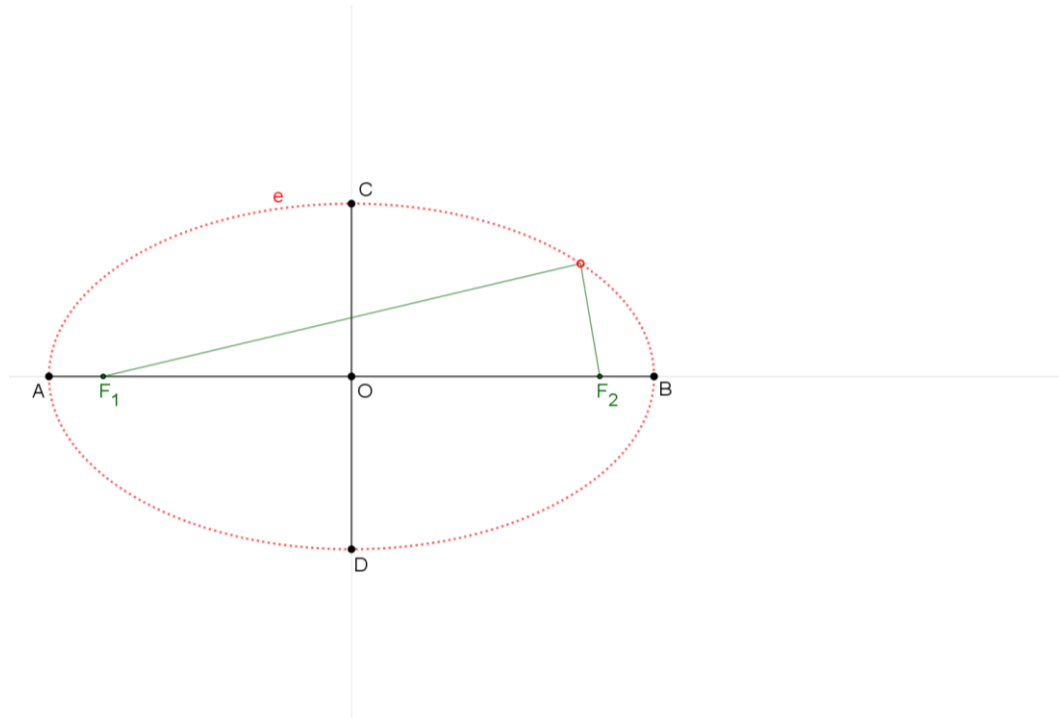
Adott az ábrán látható terep $M=1:200$ -as méretarányal. Határozzuk meg az ábrán látható síkmetszetet, azaz terepszelvényt!



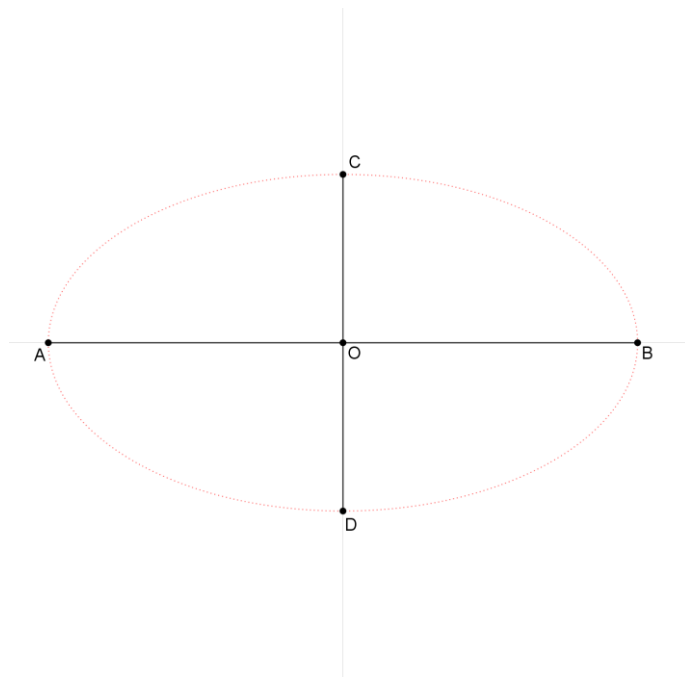
20. Kör ábrázolása

Kör mint ellipszis affin képe

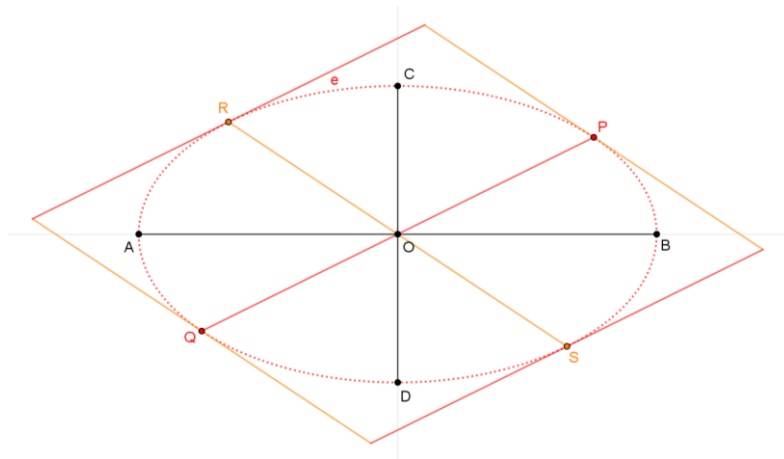
Ellipszis pontjainak szerkesztése affinitással



Ellipszispontok szerkesztése kétkörös módszerrel

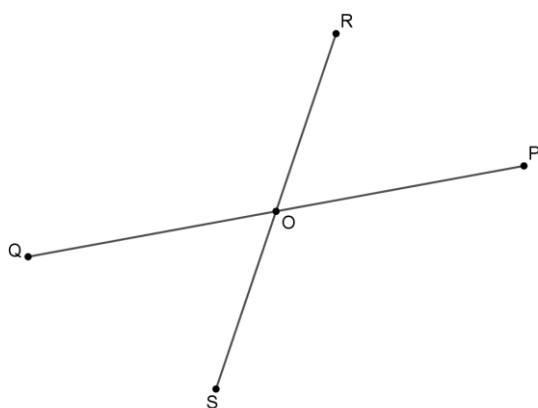


Ellipszis konjugált átmérőpárjai



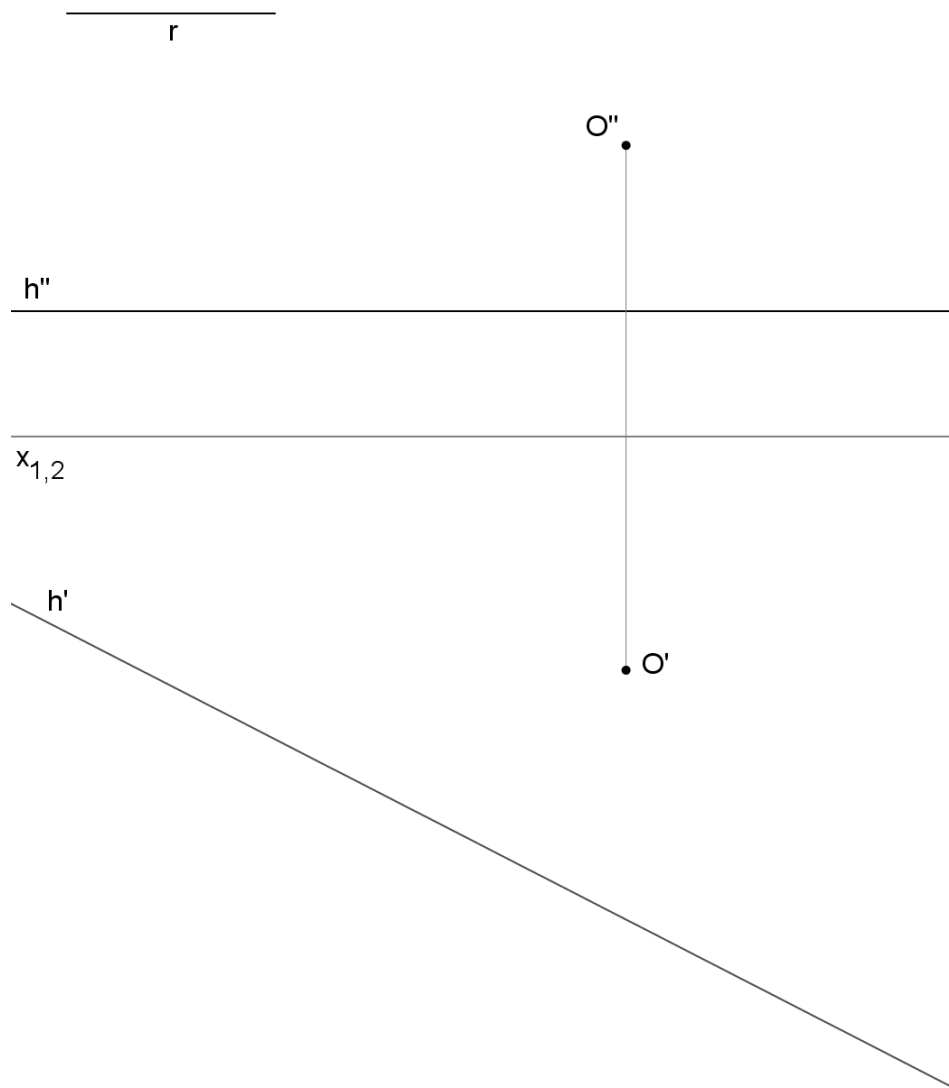
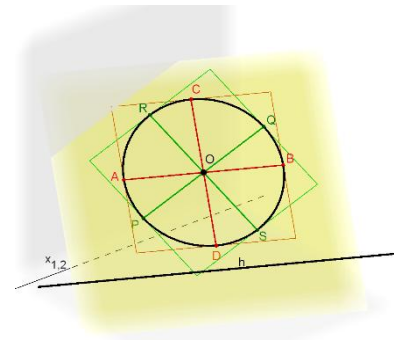
Rytz-szerkesztés

Adott egy ellipszis egy konjugált átmérőpárjával. Szerkesszük meg az ellipszis tengelyeit!



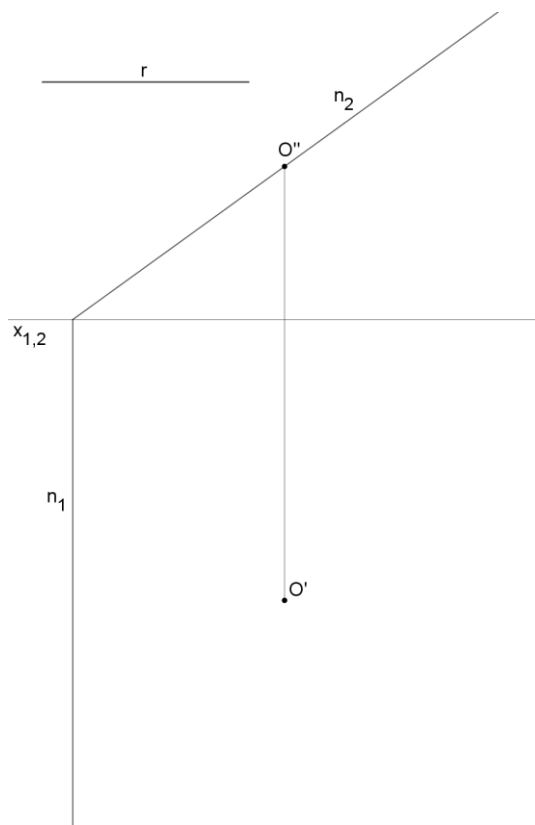
Kör ábrázolása Monge-projekcióban

Adott egy sík h első fővonalával és O pontjával Monge-projekcióban, továbbá egy r hossz. Szerkesszük meg annak a körnek a képeit, amely a síkban fekszik, középpontja az O pont, sugara pedig az r !



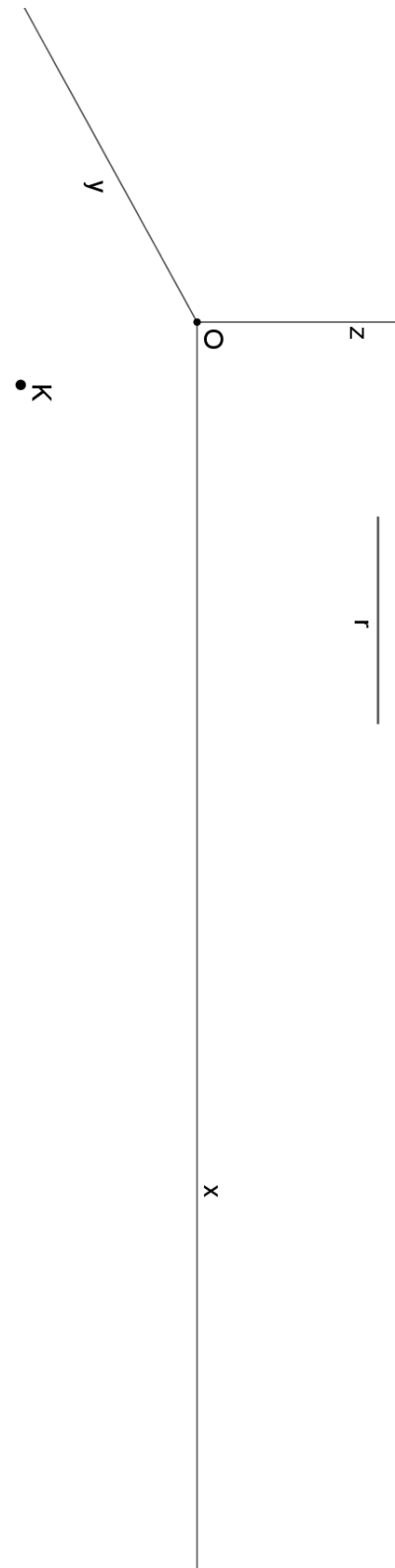
Konklúzió – egy kör lehetséges képei:

Adott egy második vetítősík Monge-projekcióban, abban egy O pont, továbbá egy r szakasz. Szerkesszük meg azt a síkbeli kört, amelynek középpontja az O pont és a sugara r hossza!

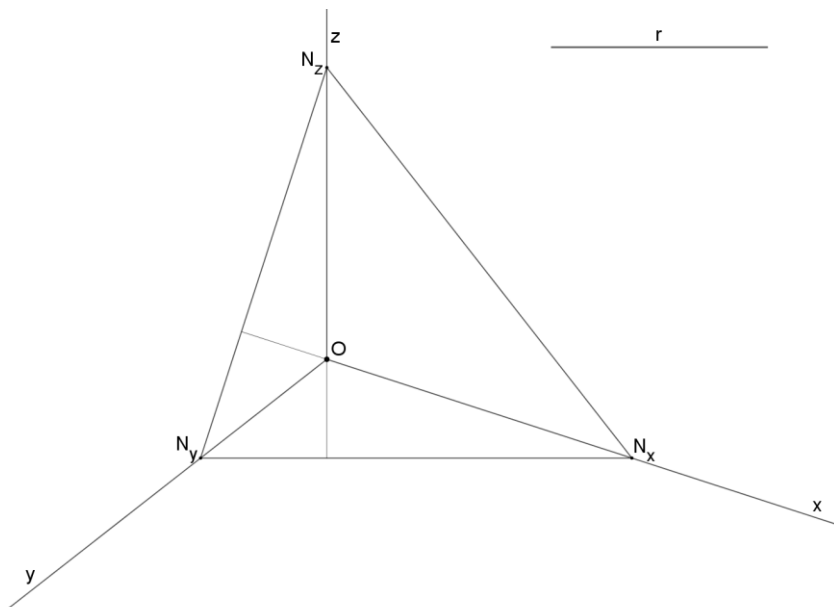


Kör ábrázolása axonometriában

Frontális axonometriában $(q_y = \frac{2}{3})$ adott egy $[x,y]$ -beli K pont, valamint egy r szakasz. Szerkesszük meg azt az $[x,y]$ koordinátasíkbeli kört, melynek középpontja K , sugara r !

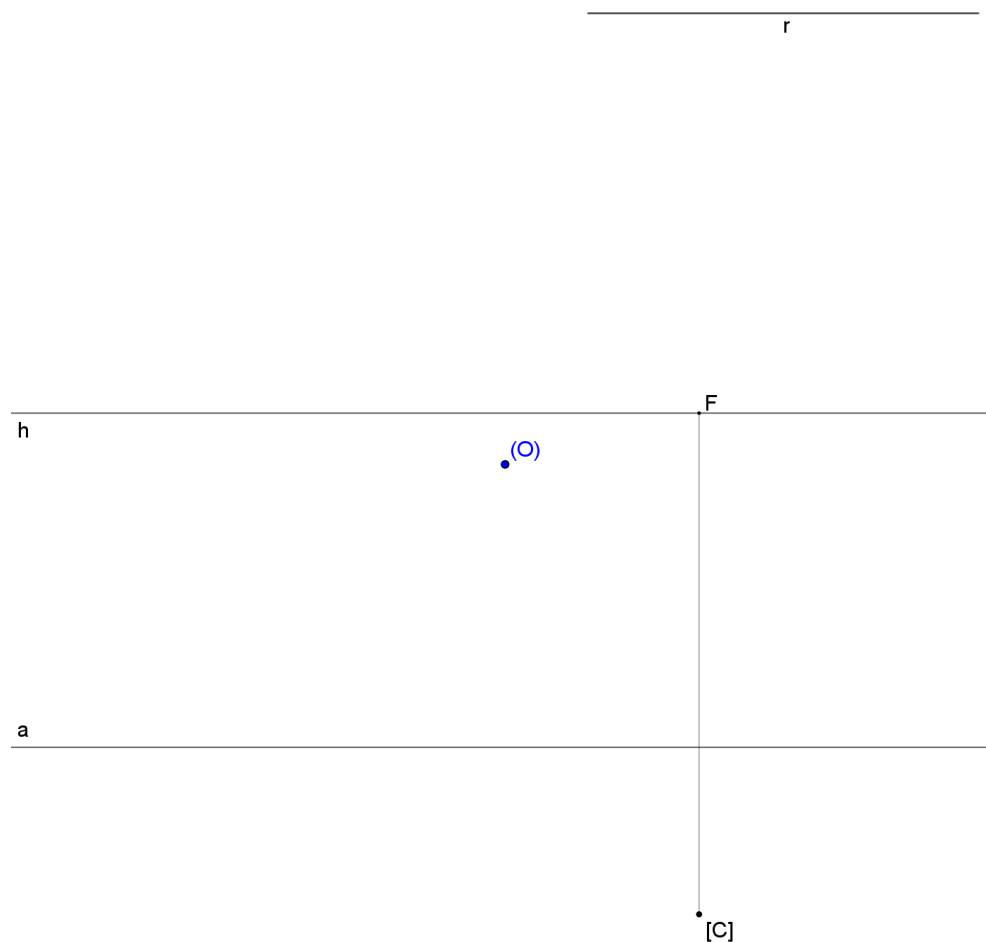


Adott merőleges axonometriában a tengelykereszt és a képsík nyomháromszöge, továbbá egy r szakasz. Szerkesszük meg az $[x,y]$ koordinátasíkbeli, O középpontú, r sugarú kör képét!



Kör ábrázolása perspektívában

Adott az álló képsíkos perspektíva rendszere, egy alapsíkbeli O pont forgatott képe és egy r szakasz. Szerkesszük meg annak az alapsíkbeli körnek a képét, amelynek középpontja az O pont, sugara az r szakasz hossza! Adjuk meg a képellipszis egy konjugált átmérőpárját is!



Saját jegyzetek

